

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Кваліфікаційна наукова праця
на правах рукопису

КРАСІЙ ДАНИЛО МАКСИМОВИЧ

УДК 519.873:004.8:616.13.002.2-004.6

ДИСЕРТАЦІЯ
ПРОГНОЗУВАННЯ ЗАЛИШКОВОГО РЕСУРСУ ЕЛЕМЕНТІВ
КОНСТРУКЦІЇ МЕТОДАМИ МАШИННОГО НАВЧАННЯ

Спеціальність 113 – Прикладна математика
Галузь знань 11 – Математика та статистика

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

 Красій Д.М.

Науковий керівник:
Ларін Олексій Олександрович,
доктор технічних наук, професор

Харків – 2026

АНОТАЦІЯ

Красій Д. М. Прогнозування залишкового ресурсу елементів конструкції методами машинного навчання. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії (PhD) за спеціальністю 113 – Прикладна математика. – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут». – Україна, Харків, 2026.

Об'єкт дослідження – процес деградації та прогнозування залишкової надійності механічних (підшипники кочення, несучі конструкції вітрових енергетичних установок, лопатки газових турбін) і біомеханічних (артеріальна стінка з атеросклеротичними бляшками) систем в умовах стохастичного навантаження.

Предмет дослідження – методи, моделі та алгоритми діагностики технічного стану за вимірювальними даними і ймовірнісного прогнозування залишкового ресурсу з урахуванням фізичних обмежень.

У дисертаційній роботі розроблено єдину методологічну основу ймовірнісного прогнозування залишкової надійності, яка поєднує методи машинного навчання для діагностики поточного стану за вимірювальними даними з фізично узгодженим моделюванням деградації за стохастичних навантажень у межах парадигми фізично-інформованого машинного навчання. За допомогою розроблених моделей та обробки експериментальних даних досліджено вплив фізичних обмежень на точність прогнозування ресурсу для механічних та біомеханічних систем.

У вступі обґрунтовано актуальність теми дослідження. Зазначено використані методи, мету і завдання дослідження відповідно до предмета та об'єкта дослідження. Подано загальну інформацію щодо наукової новизни

отриманих результатів. Наведено дані про особистий внесок здобувача та про апробацію матеріалів дисертації.

У першому розділі надано огляд класичних і сучасних методів оцінки надійності, діагностики технічного стану та прогнозування залишкового ресурсу складних систем за стохастичного навантаження. Завдяки проведеному аналізу обґрунтовано доцільність об'єднання діагностики та ймовірнісного прогнозування в єдину обчислювальну схему.

У другому розділі сформульовано математичну постановку задачі ймовірнісного прогнозування залишкової надійності та запропоновано загальну схему об'єднання діагностики поточного стану з прогнозуванням еволюції пошкоджень. Запропонована постановка є інваріантною щодо фізичної природи об'єкта.

У третьому розділі викладено підходи до діагностики поточного стану. Розроблено методику експериментального вимірювання вібраційних сигналів підшипників кочення та архітектуру згорткової нейронної мережі зі змінними за глибиною коефіцієнтами дилатації для класифікації технічного стану. Запропоновано алгоритми сегментації сканів оптично-когерентної томографії внутрішньосудинного русла для морфометричного аналізу атеросклеротичних бляшок.

У четвертому розділі викладено результати прогнозування ресурсу механічних систем. Розрахунок напружено-деформованого стану виконано методом скінченних елементів, оцінювання втомної міцності та довговічності здійснено на основі кривих втоми Велера. Виконано прогнозування ресурсу несучої конструкції вертикального вітрового енергетичного агрегату з побудовою стохастичної моделі аеродинамічних навантажень та лопатки газової турбіни на основі теорії марківських процесів. Удосконалено метод регресії гаусівських процесів на основі ланцюгової побудови через введення фізичних

обмежень у структуру ймовірнісної моделі з обґрунтованим вибором ядрових методів для опису коваріаційної структури (метод PG-CGPR).

У п'ятому розділі подано результати застосування розроблених моделей до прогнозування прогресії атеросклеротичних бляшок за даними оптично-когерентної томографії. Виконано порівняльний аналіз точності класичної та удосконаленої регресії гаусівських процесів, який підтвердив істотне зниження похибки екстраполяції та коректну поведінку моделі PG-CGPR за межами діапазону навчальних даних.

За результатами дослідження отримано такі наукові результати:

- *Вперше* розроблено єдину методологічну основу ймовірнісного прогнозування залишкової надійності для механічних і біомеханічних систем, що формалізує перехід від результатів діагностики поточного стану до розподілу залишкового ресурсу через інтегральне співвідношення. Останнє поєднує невизначеність оцінки поточного пошкодження та умовний розподіл ресурсу, отриманий розв'язанням рівняння Фоккера-Планка-Колмогорова.
- *Удосконалено* метод розпізнавання технічного стану підшипників кочення за необробленими вібраційними сигналами шляхом розроблення архітектури згорткової нейронної мережі зі змінними за глибиною коефіцієнтами дилатації. На відміну від відомих архітектур з фіксованою дилатацією, запропонована архітектура узгоджує розмір рецептивного поля кожного шару з характерними часовими масштабами періодичних дефектів підшипників і забезпечує розпізнавання стану без збільшення кількості параметрів мережі та обчислювальної складності.
- *Удосконалено* метод ймовірнісного прогнозування деградації шляхом введення фізичних обмежень (монотонності накопичення пошкоджуваності, граничної умови нульового пошкодження, обмеженості параметра стану та зростання невизначеності) у структуру ланцюгових

гаусівських процесів. Це забезпечує фізично коректне прогнозування за межами діапазону навчальних даних та адаптивну зміну ширини довірчого інтервалу залежно від поточного рівня пошкодження.

Практичне значення отриманих результатів полягає у створенні алгоритмів та програмних засобів діагностики і прогнозування залишкової надійності для систем підтримки прийняття рішень з предиктивного технічного обслуговування механічних систем та клінічного спостереження. Сформований експериментальний набір даних вібраційних сигналів підшипників кочення опубліковано у відкритому доступі.

Ключові слова: *залишкова надійність, машинне навчання, фізично-інформоване машинне навчання, метод скінченних елементів, напружено-деформований стан, втомна міцність, довговічність, пошкоджуваність, лопатка газової турбіни, атеросклеротичні бляшки, залишковий ресурс, предиктивне технічне обслуговування, набір даних, регресія гаусівських процесів, ядрові методи.*

ABSTRACT

Krasii D. M. Residual Life Prediction of Structural Elements Using Machine Learning Methods. – Qualifying scientific work on the right of the manuscript.

Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy (PhD) in specialty 113 – Applied Mathematics. – National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute". – Ukraine, Kharkiv, 2026.

The object of research is the process of degradation and the prediction of residual reliability of mechanical (rolling bearings, load-bearing structures of wind turbines, gas turbine blades) and biomechanical (arterial wall with atherosclerotic plaques) systems under stochastic loading.

The subject of research comprises methods, models, and algorithms for technical condition diagnostics from measurement data and probabilistic prediction of residual life subject to physical constraints.

The dissertation develops a unified methodological framework for probabilistic prediction of residual reliability that integrates machine learning methods for current-state diagnostics from measurement data with physically consistent degradation modelling under stochastic loads within the paradigm of physics-informed machine learning. Using the developed models and the processing of experimental data, the influence of physical constraints on the accuracy of residual life prediction is investigated for both mechanical and biomechanical systems.

The introduction substantiates the relevance of the research topic. The methods, the aim, and the objectives of the research are stated in accordance with the subject and object of the study. General information on the scientific novelty of the obtained results is provided. Data on the personal contribution of the author and on the approbation of the dissertation materials are given.

The first chapter provides an overview of classical and contemporary methods for reliability assessment, technical-condition diagnostics, and residual-life prediction

of complex systems under stochastic loading. The conducted analysis substantiates the expediency of integrating diagnostics and probabilistic prediction into a single computational scheme.

The second chapter formulates the mathematical statement of the problem of probabilistic residual-reliability prediction and proposes a general scheme that combines current-state diagnostics with the prediction of damage evolution. The proposed formulation is invariant with respect to the physical nature of the object.

The third chapter presents approaches to current-state diagnostics. A methodology for experimental measurement of vibration signals from rolling bearings and an architecture of a convolutional neural network with depth-varying dilation coefficients are developed for technical-state classification. Algorithms are proposed for the segmentation of intravascular optical coherence tomography scans for the morphometric analysis of atherosclerotic plaques (plaque burden estimation).

The fourth chapter presents the results of the remaining useful life prediction for mechanical systems. The stress-strain state is computed by the finite element method, with subsequent estimation of fatigue strength and durability based on S-N curves. Residual-life prediction is performed for the load-bearing structure of a vertical-axis wind turbine, with the construction of a stochastic model of aerodynamic loads, and for a gas turbine blade based on the theory of Markov processes. The chained Gaussian process regression method is improved through the integration of physical constraints into the structure of the probabilistic model, with a justified choice of kernel methods for the covariance structure (PG-CGPR).

The fifth chapter presents the results of applying the developed models to the prediction of atherosclerotic plaque progression from optical coherence tomography data. A comparative analysis of the accuracy of the classical and the improved Gaussian process regression is performed; it confirms a substantial reduction of the extrapolation error and the physically correct behaviour of the PG-CGPR model beyond the range of the training data.

The research has yielded the following scientific results:

1. For the first time, a unified methodological framework has been developed for probabilistic prediction of residual reliability of mechanical and biomechanical systems. The framework formalises the transition from the results of current-state diagnostics to the distribution of residual life through an integral relation that combines the uncertainty of the current-damage estimate with the conditional life distribution obtained by solving the Fokker-Planck-Kolmogorov equation.
2. The method of recognising the technical condition of rolling bearings from raw vibration signals has been improved through the development of a convolutional neural network architecture with depth-varying dilation coefficients. In contrast to known architectures with fixed dilation, the proposed architecture matches the receptive-field size of each layer with the characteristic time scales of periodic bearing defects and ensures state recognition without increasing the number of network parameters or the computational complexity.
3. The method of probabilistic degradation prediction has been improved through the introduction of physical constraints (monotonicity of damageability accumulation, the boundary condition of zero initial damage, boundedness of the state parameter, and growth of uncertainty) into the structure of chained Gaussian processes. This ensures physically correct prediction beyond the range of the training data and an adaptive variation of the confidence interval width depending on the current damage level.

The practical significance of the obtained results consists in the creation of algorithms and software tools for diagnostics and prediction of residual reliability that are suitable for decision-support systems in predictive maintenance of mechanical systems and in clinical monitoring. The compiled experimental dataset of rolling-bearing vibration signals has been published in open access.

Keywords: *residual reliability, machine learning, physics-informed machine learning, finite element method, stress-strain state, fatigue strength, durability, damageability, gas turbine blade, atherosclerotic plaques, remaining useful life, predictive maintenance, dataset, Gaussian process regression, kernel methods.*

Список публікацій здобувача

Наукові праці, в яких опубліковано основні наукові результати:

1. Бабуджан Р., Ісаєнков К., Красій Д., Водка О., Задорожний І., Ющук М. Використання методів машинного навчання для бінарної класифікації робочого стану підшипників за сигналами їх віброприскорення. Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Системний аналіз, управління та інформаційні технології. 2021. № 2 (6). С. 15–22. DOI: <https://doi.org/10.20998/2079-0023.2021.02.03>. (Б).
2. Бабуджан Р. А., Ісаєнков К. О., Водка О. О., Красій Д. М., Задорожний І., Ющук М. Класифікація робочого стану підшипників кочення за допомогою згорткової нейронної мережі зі змінними факторами дилатації. Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. 2021. № 2. С. 104–109. DOI: <https://doi.org/10.20998/2078-9130.2021.2.249274>. (Б).
3. Красій Д. М., Ларін О. О. Фізично-керована регресія на основі гаусівських процесів для моделювання накопичення втомного пошкодження. Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. 2025. № 2. С. 64–72. DOI: <https://doi.org/10.20998/2078-9130.2025.2.345722>. (Б).
4. Krasii D. M., Larin O. O. Physics-guided chained Gaussian process regression for atherosclerotic plaque progression prediction. Scientific Bulletin of Uzhhorod University. Series of Mathematics and Informatics. 2026. Vol 48, № 1. P. 153–161. DOI: [https://doi.org/10.24144/2616-7700.2026.48\(1\).153-161](https://doi.org/10.24144/2616-7700.2026.48(1).153-161). (Б).

Опубліковані праці апробаційного характеру:

5. Krasii D., Larin O. Computational modelling of wind turbine lifetime. 2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek). Kharkiv, 13–17 September 2021. IEEE, 2021. P. 374–379. DOI: <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek53812.2021.9570028>. (Scopus, Q4).

6. Krasii D., Larin O. Application of Markov Processes Theory for Computational Prediction of Turbine Blade Reliability. Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering — 2022. Cham : Springer Nature Switzerland, 2023. P. 335–345. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-36201-9_29. (Scopus, Q4).
7. Krasii D., Larin O. ML-surrogate modeling for the estimation of random system performance parameter progress by the Chained Gaussian Process Regression method. 2023 IEEE 4th KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek). Kharkiv, 2–6 October 2023. IEEE, 2023. P. 1–5. DOI: <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek61412.2023.10312806>. (Scopus, Q4).
8. Krasii D., Larin O., Gorovyi I. Analysis of Optical Coherence Tomography Images of Human Arteriosclerotic Vessels Using Computer Vision and Deep Learning Algorithms. Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering — 2024 / O. Lytvynov, V. Pavlikov, D. Krytskyi (eds.). Cham : Springer Nature Switzerland, 2025. P. 107–117. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-94845-9_9. (Scopus, Q4).
9. Babudzhan R., Isaienkov K., Krasii D., Vodka O., Zadorozhny I., Yushchuk M. Collection and processing of bearing vibration data for their technical condition classification by machine learning methods. Bulletin of the National Technical University «KhPI». Series: Modeling, Control and Information Technologies. 2021. No. 5. P. 10–15. DOI: <https://doi.org/10.31713/MCIT.2021.02>.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	5
ВСТУП	7
РОЗДІЛ 1 АНАЛІЗ МЕТОДІВ ОЦІНКИ НАДІЙНОСТІ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ РЕСУРСУ СКЛАДНИХ СИСТЕМ.....	17
1.1 Прогнозування надійності механічних та біомеханічних систем при стохастичному навантаженні.....	17
1.2 Задачі діагностики технічного стану механічних систем за вібраційними сигналами.....	21
1.3 Застосування методів машинного навчання в задачах діагностики та прогнозування залишкової надійності	24
1.4 Моделі накопичення пошкоджень в механічних системах та їх обмеження	29
1.5 Особливості прогнозування деградаційних процесів у біомеханічних системах	32
1.6 Обмеження регресійних методів машинного навчання при екстраполяції.....	37
1.7 Висновки до розділу та постановка задач дисертаційної роботи.....	40
РОЗДІЛ 2 МАТЕМАТИЧНА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ЙМОВІРНІСНОГО ПРОГНОЗУВАННЯ ЗАЛИШКОВОЇ НАДІЙНОСТІ.....	42
2.1 Загальна схема об'єднання діагностики та прогнозування.....	42
2.2 Математична постановка задач	45
2.3 Висновки до розділу	53

РОЗДІЛ 3 ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ ДІАГНОСТИКИ ПОТОЧНОГО СТАНУ МЕХАНІЧНИХ ТА БІОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ.....	55
3.1 Методика вимірювання та обробки вібраційних сигналів підшипників кочення	55
3.2 Формування простору ознак для класифікації технічного стану	62
3.3 Моделювання згорткової нейронної мережі зі змінними факторами дилатації	76
3.4 Результати вібродіагностики	81
3.5 Алгоритми сегментації діагностичних зображень для попередньої обробки сканів оптично-когерентної томографії	104
3.6 Висновки до розділу	114
РОЗДІЛ 4 ПРОГНОЗУВАННЯ РЕСУРСУ МЕХАНІЧНИХ ТА БІОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ	116
4.1 Математична постановка задачі прогнозування ресурсу в умовах невизначеності	116
4.2 Прогнозування ресурсу несучої конструкції вертикального вітрогенератору	118
4.3 Застосування теорії марківських процесів до опису еволюції пошкоджень на прикладі лопатки газової турбіни	135
4.4 Регресія гаусівських процесів та ланцюгова регресія гаусівських процесів для моделювання гетероскедастичних даних	151
4.5 Інтеграція фізичних обмежень у структуру ймовірнісної моделі ..	162
4.5 Висновки до розділу	171
РОЗДІЛ 5 РЕЗУЛЬТАТИ ПРОГНОЗУВАННЯ ЗАЛИШКОВОГО РЕСУРСУ МЕХАНІЧНИХ ТА БІОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ.....	173

5.1 Прогнозування прогресії атеросклеротичних бляшок за даними томографії	173
5.2 Порівняльний аналіз точності розроблених моделей	178
5.3 Висновки до розділу	190
ВИСНОВКИ.....	192
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	195
ДОДАТОК А СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ	214
ДОДАТОК Б ДОВІДКИ ПРО ЗАСТОСУВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ	216

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

ВПП – Вектор параметрів працездатності;
FORM – Метод надійності першого порядку (First-Order Reliability Method);
SORM – Метод надійності другого порядку (Second-Order Reliability Method);
ММК – Метод Монте-Карло;
CWRU – Університет Кейс Вестерн Резерв (Case Western Reserve University);
SVM – Метод опорних векторів (Support Vector Machine);
CNN – Згорткові нейронні мережі (Convolutional Neural Network);
LSTM – Довга короткочасна пам'ять (Long Short-Term Memory);
МН – Машинне навчання;
GPR – Регресія гаусівського процесу (Gaussian Process Regression);
ФІМН – Фізично-інформоване машинне навчання;
MSE – Метод скінченних елементів;
ЗЕМ – Зовнішня еластична мембрана;
ВСУЗД – Внутрішньосудинне ультразвукове дослідження;
ОКТ – Оптична когерентна томографія;
GP – Гаусівський процес (Gaussian Process);
CGP – Ланцюговий гаусівський процес (Chained Gaussian Process);
CGPR – Регресія ланцюгових гаусівських процесів (Chained Gaussian Process Regression);
PG-CGPR – Фізично-керована регресія ланцюгових гаусівських процесів (Physics-Guided Chained Gaussian Process Regression);
RBF – Радіальна базисна функція (Radial Basis Function);
ELBO – Нижня межа правдоподібності (Evidence Lower Bound);
МЕМС – Мікроелектромеханічна система;
FFT – Швидке перетворення Фур'є (Fast Fourier Transform);
DFT – Дискретне перетворення Фур'є (Discrete Fourier Transform);

LR – Логістична регресія (Logistic Regression);

RF – Випадковий ліс (Random Forest);

KNN – k-найближчих сусідів (K-Nearest Neighbors);

FFC – Швидка згортка Фур'є (Fast Fourier Convolution);

ВЕУ – Вітроенергетична установка;

НДС – Напружено-деформований стан;

КРП – Кінетичне рівняння пошкоджуваності;

ФПК – Фоккера-Планка-Колмогорова;

NLPD – Негативна логарифмічна предиктивна щільність (Negative Log Predictive Density);

ЧЖЦ – Частка життєвого циклу;

MAPE – Середня абсолютна відсоткова помилка (Mean Absolute Percentage Error);

ВСТУП

Актуальність теми дослідження. Забезпечення надійності складних механічних та біомеханічних систем належить до основних задач прикладної математики. Традиційні детерміновані методи розрахунку, що ґрунтуються на коефіцієнтах запасу міцності, не враховують стохастичної природи експлуатаційних навантажень та статистичної варіативності фізико-механічних властивостей матеріалів. Експлуатаційні навантаження на реальні конструкції (вібраційні, аеродинамічні, термічні, пульсуючі) мають випадковий характер і змінюються протягом усього терміну служби. Це зумовлює необхідність переходу від детермінованих оцінок до ймовірнісних моделей, здатних кількісно характеризувати невизначеність прогнозу залишкового ресурсу.

Аналіз сучасних методів прогнозування ресурсу свідчить, що аналітичні підходи (метод надійності першого порядку, метод надійності другого порядку) мають обмежену точність при роботі з нелінійними функціями граничного стану, а методи статистичного моделювання (зокрема метод Монте-Карло) потребують великої кількості обчислювально витратних реалізацій. Регресія гаусівських процесів та споріднені ядрові методи дають змогу отримати кількісну оцінку невизначеності прогнозу, проте підходи, керовані виключно даними, мають низьку здатність до прогнозування за межами навчального діапазону та не гарантують виконання фізичних інваріантів, зокрема монотонності накопичення пошкоджуваності, граничних умов та коректного зростання невизначеності на пізніх стадіях деградації. Окрему проблему становить залежність дисперсії параметрів стану від часу та рівня накопиченого пошкодження (гетероскедастичність даних деградації).

Недостатньо опрацьованими залишаються питання об'єднання діагностики поточного стану та прогнозування залишкового ресурсу в єдину обчислювальну схему. Розпізнавання технічного стану за вібраційними сигналами, попри високу

точність на стандартних масивах даних, має обмежену переносимість між різними типорозмірами обладнання та режимами експлуатації. Подібні обмеження характерні і для біомеханічних об'єктів, де нестача довготривалих клінічних спостережень та активна перебудова тканин унеможливають пряме застосування інженерних моделей деградації.

Актуальною є розробка методів ймовірнісного прогнозування залишкової надійності, що поєднують діагностику поточного стану з фізично обґрунтованими прогностичними моделями та реалізують ідеї фізично-інформованого машинного навчання у задачах предиктивного технічного обслуговування. Такий підхід передбачає об'єднання алгоритмів розпізнавання на основі глибокого навчання, ймовірнісного моделювання деградації із використанням ланцюгових гаусівських процесів та вбудованих фізичних обмежень, що забезпечує коректне прогнозування за межами спостережуваного діапазону та кількісну оцінку невизначеності прогнозу.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційну роботу виконано на кафедрі математичного моделювання та інтелектуальних обчислень в інженерії Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут» (НТУ «ХПІ») за держбюджетними темами МОН України М2138 «Алгоритми, моделі та засоби штучного інтелекту для дворівневого моделювання поведінки складних матеріалів для техніки подвійного призначення» та науково-дослідницькою роботою БФ-2101 «Створення експериментальної установки та діагностичного обладнання для експериментального визначення технічного стану підшипників з використання методів обчислювального інтелекту» (Додаток Б).

Об'єктом дослідження є процес деградації та прогнозування залишкової надійності механічних (підшипники кочення, несучі конструкції вітрових енергетичних установок, лопатки газових турбін) та біомеханічних (артеріальна

стінка з атеросклеротичними бляшками) систем в умовах стохастичного навантаження.

Предметом дослідження є методи, моделі та алгоритми діагностики технічного стану за вимірювальними даними та ймовірнісного прогнозування залишкового ресурсу з урахуванням фізичних обмежень.

Метою дисертаційного дослідження є підвищення точності та фізичної обґрунтованості ймовірнісного прогнозування залишкової надійності механічних і біомеханічних систем шляхом розроблення методологічної основи, що поєднує діагностику поточного стану за вимірювальними даними з фізично узгодженим моделюванням деградації в умовах стохастичного навантаження.

Відповідно до поставленої мети сформульовано такі часткові наукові задачі:

1. Провести аналіз сучасних методів оцінки надійності, діагностики технічного стану та прогнозування залишкового ресурсу механічних і біомеханічних систем в умовах стохастичного навантаження, виявити обмеження наявних підходів та визначити напрями їх удосконалення.
2. Розробити математичну постановку задачі ймовірнісного прогнозування залишкової надійності, що формалізує перехід від результатів діагностики поточного стану до розподілу залишкового ресурсу.
3. Розробити архітектуру згорткової нейронної мережі для розпізнавання технічного стану підшипників кочення за необробленими вібраційними сигналами з урахуванням характерних часових масштабів періодичних дефектів.
4. Розробити алгоритми сегментації діагностичних зображень оптично-когерентної томографії для кількісної оцінки морфометричних параметрів атеросклеротичних бляшок.

5. Розробити методи прогнозування ресурсу несучих конструкцій вітрових енергетичних установок та лопаток газових турбін за стохастичних експлуатаційних навантажень.
6. Удосконалити метод регресії на основі ланцюгових гаусівських процесів для моделювання деградаційних даних зі змінною дисперсією з урахуванням фізичних обмежень процесу деградації.
7. Виконати експериментальну апробацію розроблених методів на механічних (підшипники кочення, конструкція вітрогенератора, лопатка газової турбіни) та біомеханічних (атеросклеротичні бляшки коронарних артерій) об'єктах.

Методи дослідження. Для розв'язання поставлених задач застосовано: методи теорії надійності та ймовірнісного аналізу (метод надійності першого та другого порядку, метод Монте-Карло та його модифікації) для оцінки ймовірності відмови; спектральні методи аналізу динамічних систем для визначення ймовірнісних характеристик відгуку на стохастичне навантаження; теорію марківських процесів та рівняння Фоккера-Планка-Колмогорова для опису еволюції пошкоджень; методи машинного навчання (згорткові нейронні мережі) та баєсівського непараметричного моделювання (регресія на основі гаусівських процесів, ланцюгові гаусівські процеси) для діагностики поточного стану та прогнозування деградації; методи чисельного моделювання на основі методу скінченних елементів для визначення напружено-деформованого стану конструкцій, оцінки їх втомної міцності та довговічності за кривими втоми Велера; статистичні методи (повторна вибірка з поверненням, перехресна перевірка) для оцінки стійкості та достовірності результатів.

Комплексне використання зазначених методів забезпечило обґрунтованість і достовірність отриманих результатів.

Наукова новизна отриманих результатів сформульована у вигляді таких положень:

1. Вперше розроблено єдину методологічну основу ймовірнісного прогнозування залишкової надійності, що формалізує перехід від результатів діагностики поточного стану до розподілу залишкового ресурсу через інтегральне співвідношення, яке поєднує невизначеність оцінки поточного пошкодження та умовний розподіл ресурсу, отриманий розв'язанням рівняння Фоккера-Планка-Колмогорова. Запропонована методологія є інваріантною до фізичної природи об'єкта та застосовною як до механічних, так і до біомеханічних систем.
2. Удосконалено метод розпізнавання технічного стану підшипників кочення за необробленими вібраційними сигналами шляхом розроблення архітектури згорткової нейронної мережі зі змінними за глибиною коефіцієнтами дилатації, що, на відміну від відомих архітектур з фіксованою дилатацією, узгоджує розмір рецептивного поля кожного шару з характерними часовими масштабами періодичних дефектів підшипників і забезпечує розпізнавання стану без збільшення кількості параметрів мережі та обчислювальної складності.
3. Удосконалено метод ймовірнісного прогнозування деградації шляхом введення фізичних обмежень (монотонності накопичення пошкоджень, граничної умови нульового пошкодження, обмеженості параметра стану та зростання невизначеності) у структуру ланцюгових гаусівських процесів, що забезпечує фізично коректне прогнозування за межами діапазону навчальних даних та адаптивну зміну ширини довірчого інтервалу залежно від поточного рівня пошкодження.

Практичні результати дисертаційного дослідження полягають у розробленні алгоритмів та програмних засобів діагностики і прогнозування

залишкової надійності, придатних для застосування в системах підтримки прийняття рішень з технічного обслуговування та клінічного спостереження:

- на основі порівняльного аналізу методів оцінки надійності та прогнозування ресурсу обґрунтовано доцільність об'єднання діагностики поточного стану та ймовірнісного прогнозування в єдину обчислювальну схему – формалізовано математичну постановку задачі ймовірнісного прогнозування залишкового ресурсу у вигляді інтегрального співвідношення, що пов'язує результати діагностики поточного стану з розподілом залишкового ресурсу через розв'язок рівняння Фоккера-Планка-Колмогорова та задає єдиний методологічний підхід для механічних і біомеханічних об'єктів;
- розроблено експериментальну методику отримання вібраційних сигналів підшипників кочення та сформовано власний масив даних із 112 експериментів (100 підшипників із природними дефектами та 12 нових підшипників двох типорозмірів) загальним обсягом понад 10 мільйонів відліків триосьових віброприскорень, який опубліковано у відкритому доступі [1];
- розроблено та апробовано архітектуру згорткової нейронної мережі зі змінними коефіцієнтами розширення, яка забезпечує розпізнавання технічного стану підшипників кочення за необробленими вібраційними сигналами з підтвердженою перехресною перевіркою на власному та зовнішньому масивах даних [2,3];
- розроблено алгоритми поділу сканів оптично-когерентної томографії внутрішньосудинного русла, що скорочують час розмітки одного кадру на порядок порівняно з ручним трасуванням контурів [4];
- виконано прогнозування ресурсу несучої конструкції вертикального вітрового енергетичного агрегату з побудовою стохастичної моделі аеродинамічних навантажень та визначенням критичних зон концентрації

- пошкоджень [5], а також виконано прогнозування ресурсу лопатки газової турбіни на основі теорії марківських процесів та розв'язку рівняння Фоккера-Планка-Колмогорова з інтерпретацією станів процесу як рівнів накопичення мікротріщин у термдеформованому пограничному шарі [6];
- реалізовано прогностичну модель еволюції атеросклеротичних бляшок на основі ланцюгових гаусівських процесів з фізичними обмеженнями, що дає змогу кількісно оцінити час прогресії до критичних значень відсотку ураження артерії бляшкою;
 - виконано порівняльний аналіз точності класичної регресії гаусівських процесів, ланцюгової регресії та фізично обґрунтованої моделі за середньою абсолютною відсотковою похибкою, коефіцієнтом детермінації та покриттям 95 % довірчого інтервалу, який засвідчив зниження похибки екстраполяції на 60-96% залежно від закону деградації та обсягу навчальної вибірки при одночасному переході коефіцієнта детермінації з від'ємних значень (у класичної моделі) до значень 0.18-0.98 (у фізично обґрунтованої моделі) [7–9].

Отримані практичні результати дають змогу будувати фізично коректні ймовірнісні прогнози залишкового ресурсу для різних класів об'єктів з кількісною оцінкою невизначеності, що підвищує обґрунтованість рішень щодо технічного обслуговування та клінічного спостереження.

Особистий внесок здобувача. У наукових працях, опублікованих у співавторстві, особистий внесок здобувача полягає у постановці задач дослідження, розробленні математичних моделей, методів і алгоритмів діагностики та прогнозування залишкової надійності, проведенні теоретичних та експериментальних досліджень, аналізі й інтерпретації отриманих результатів, а також підготовці текстів публікацій (Додаток А).

У роботі [1] здобувачем реалізовано обчислення статистичних, ентропійних (Шеннона, приблизна, перестановок, SVD) і фрактальних (Хігучі,

Петросяна, Каца) ознак вібраційних сигналів, проведено порівняльний аналіз ефективності класичних методів машинного навчання (логістична регресія, метод опорних векторів, випадковий ліс, k-найближчих сусідів) на сформованому просторі ознак з оцінюванням за F1-мірою методом бутстрапування. Співавтором Бабуджаном Р.А. спроектовано та сконструйовано експериментальний стенд, проведено 112 вібровипробувань підшипників і сформовано первинні записи сигналів. Співавтором Ісаєнковим К.О. розроблено програмний конвеєр обробки даних та підготовлено набір даних до відкритого розповсюдження. Співавтором Водкою О.О. здійснено наукове керівництво, сформульовано загальну постановку задачі та виконано критичний аналіз результатів. Співавтором Задорожним І.В. проведено постановку експерименту і первинну обробку вібросигналів. Співавтором Ющуком М.В. реалізовано програмні засоби збору, зберігання та валідації даних.

У роботі [2] здобувачем розроблено архітектуру згорткової нейронної мережі зі змінними за глибиною коефіцієнтами дилатації, запропоновано алгоритм уніфікованої обробки вібраційних сигналів (перехід у частотну область, обмеження смуги, масштабування), що забезпечує перенесення моделі між установками різних типорозмірів, проведено обчислювальні експерименти з оцінювання якості класифікації. Співавтором Бабуджаном Р.А. виконано підготовку даних і навчання моделі, оформлено результати порівняльних експериментів. Співавтором Ісаєнковим К.О. забезпечено програмну реалізацію мережі та обчислювальну інфраструктуру. Співавтором Водкою О.О. здійснено наукове керівництво, сформульовано загальну постановку задачі та проведено критичний аналіз результатів. Співавтором Задорожним І.В. сформовано вибірки навчальних і тестових даних з різнотипних джерел. Співавтором Ющуком М.В. реалізовано програмні засоби автоматизації обробки сигналів.

У роботі [3] здобувачем запропоновано архітектуру фізично-керованої ланцюгової регресії гаусівських процесів для моделювання процесу накопичення

втомних пошкоджень, виконано інтеграцію фізичних обмежень (монотонність, нульова початкова умова, зростання дисперсії) у структуру моделі через параметричну функцію середнього та гетероскедастичну функцію правдоподібності, проведено чисельні експерименти на моделях Палмгрена-Майнера та Качанова-Работнова, оформлено первинний варіант рукопису. Співавтором Ларіним О.О. здійснено наукове керівництво, проведено формальний аналіз результатів, виконано методологічне рецензування та редагування тексту.

У роботі [4] здобувачем поширено архітектуру PG-CGPR на біомеханічну задачу прогнозування прогресії атеросклеротичних бляшок: запропоновано використання моделі степеневого накопичення пошкоджуваності як параметричної функції середнього, реалізовано Глагов-толерантну фільтрацію поперечних спостережень для формування псевдо-лонгітюдних навчальних пар, виконано експериментальну верифікацію на клінічних ОКТ-даних та оформлено первинний варіант рукопису. Співавтором Ларіним О.О. здійснено наукове керівництво, проведено формальний аналіз результатів, виконано методологічне рецензування та редагування тексту.

В апробаційних публікаціях особистий внесок здобувача полягає у такому: [5] – розроблено параметричну скінченно-елементну модель несучої конструкції вертикального вітрогенератора, виконано чисельне розв'язання рівняння кінетики накопичення пошкоджень у ймовірнісній постановці; [6] – розроблено квазі-марківську модель прогнозування надійності лопатки газової турбіни, виконано чисельне моделювання НДС методом скінченних елементів та розрахунок ймовірнісних характеристик ресурсу; [7] – розроблено сурогатну модель прогнозування параметра працездатності на основі ланцюгових гаусівських процесів з урахуванням гетероскедастичності; [8] – розроблено алгоритмічний конвеєр обробки ОКТ-зображень (калібрування, усунення артефактів методом інпейнтингу LaMa, виявлення зони тіні зонда,

напівавтоматична анотація судинних структур з використанням SAM); [9] – розроблено модуль попередньої обробки сигналів і формування простору інформативних ознак, виконано кореляційний аналіз ознак для обґрунтування редукції простору.

Апробація результатів. Основні наукові положення та результати дисертаційного дослідження апробовано на конференціях: Сучасні проблеми математичного моделювання, автоматизованого керування, керування та інформаційних технологій, Рівне (2021); IEEE KhPI Week on Advanced Technology, Харків (2021, 2023); Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering (ICTM), Харків, 2022, 2024.

Публікації. Матеріали дисертаційного дослідження викладено у 9 наукових публікаціях автора, з яких 4 статті опубліковано у фахових наукових виданнях України, 4 – у виданнях, що входять до наукометричних баз даних, а 5 – у збірниках матеріалів міжнародних науково-практичних конференцій. Публікації відображають усі основні етапи, результати та наукові положення дисертаційної роботи.

Структура і обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається з анотації двома мовами, вступу, п'яти розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків. Робота містить 194 сторінки основного тексту, у тому числі 51 рисунок, 13 таблиць, 138 найменувань у списку використаних джерел, 2 додатки. Загальний обсяг дисертаційної роботи становить 213 сторінок.

РОЗДІЛ 1 АНАЛІЗ МЕТОДІВ ОЦІНКИ НАДІЙНОСТІ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ РЕСУРСУ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

1.1 Прогнозування надійності механічних та біомеханічних систем при стохастичному навантаженні

Проблема забезпечення надійності складних механічних та біомеханічних систем є фундаментальною задачею сучасної інженерії та прикладної математики. Традиційні детерміновані методи розрахунку, засновані на коефіцієнтах запасу міцності, поступаються точністю імовірнісним підходам, оскільки навантаження, що діють на реальні конструкції, мають стохастичну природу, а фізико-механічні властивості матеріалів та геометричні параметри елементів характеризуються статистичною варіативністю [10]. Надійність об'єкта визначається як властивість зберігати у часі, в установлених межах, значення всіх параметрів, що характеризують здатність виконувати необхідні функції в заданих режимах та умовах застосування [11]. Стан системи описується вектором параметрів працездатності (ВПП), який доцільно розглядати як багатовимірний випадковий процес. Для механічних систем стохастичне навантаження проявляється у вигляді вібрацій, турбулентних потоків або кінематичного збудження, тоді як для біомеханічних систем стохастичний характер мають циклічні навантаження на опорно-руховий апарат та пульсуючий тиск кровотоку.

Математична постановка задачі надійності ґрунтується на визначенні області працездатних станів у фазовому просторі параметрів системи. Відмова інтерпретується як вихід траєкторії випадкового процесу за межі цієї області, а межа відповідає граничному стану [12]. У біомеханічних системах граничний рівень часто є не константою, а випадковою величиною або спадним у часі

процесом, що відображає деградацію біологічних тканин чи втому матеріалу імплантату [13]. Повна постановка прямої задачі надійності вирішується у три етапи: визначення відгуку системи на зовнішній вплив; визначення ВПР та його еволюції; визначення параметрів надійності та ресурсу [14]. Ресурс об'єкта є випадковою величиною, що зумовлено розкидом характеристик матеріалів, нестабільністю технології виготовлення та варіативністю умов експлуатації [15].

В теорії надійності виділяють три основні групи методів оцінки ймовірності відмови: аналітичні, методи чисельного моделювання та методи на основі метамоделей. Метод надійності першого порядку (FORM) та метод надійності другого порядку (SORM) є загальноприйнятими стандартами для оцінки стаціонарної надійності [16]. В основі FORM лежить лінеаризація функції граничного стану в найбільш імовірній точці відмови у просторі стандартних нормальних змінних [17]. Метод SORM уточнює цю оцінку шляхом апроксимації граничної поверхні квадратичною формою [18]. Обидва методи ефективні для задач помірної нелінійності, проте можуть давати похибку при роботі з сильно нелінійними функціями граничного стану або за наявності кількох конкуруючих режимів відмови [19]. Зазначені обмеження апроксимаційних підходів мотивують розвиток альтернативних стратегій, що не потребують явної апроксимації граничної поверхні.

У випадках, коли аналітичні методи стають непридатними через високу нелінійність або складність моделі, застосовуються методи статистичного моделювання. Метод Монте-Карло (ММК) є найбільш універсальним інструментом оцінки надійності. Його суть полягає у багаторазовій генерації реалізацій випадкового вектора вхідних параметрів та статистичній обробці результатів. Головна перевага ММК – збіжність до істинного значення ймовірності відмови незалежно від складності граничної поверхні. Проте для оцінки малих ймовірностей метод вимагає великої кількості симуляцій, що при

використанні ресурсоємних моделей (наприклад, скінченно-елементних) обмежує його практичне застосування.

Для підвищення ефективності ММК розроблено низку модифікацій. Вибірка за значимістю передбачає зміщення центру розподілу вибірки в область найбільш імовірних відмов [20]. Моделювання підмножин перетворює задачу оцінки малої ймовірності на послідовність задач оцінки більших умовних ймовірностей [21]. Серед інших модифікацій виокремлено радіальну вибірку за значимістю, що використовує полярні координати у стандартному нормальному просторі.

Визначення імовірнісних характеристик відгуку системи на стохастичне збудження є необхідною передумовою для аналізу надійності. Для лінійних стаціонарних систем ефективним інструментом є метод спектральних перетворень, що дозволяє визначити спектральну щільність відгуку за відомою спектральною щільністю навантаження та передавальною функцією системи [22]. У біомеханіці спектральний підхід застосовується для аналізу реакції опорно-рухового апарату на вібраційні навантаження та оцінки стабільності з'єднань «протез-кістка», хоча передавальні функції біомеханічних систем часто є нелінійними та мають змінні у часі параметри. Визначення імовірнісних характеристик відгуку є лише першим етапом аналізу надійності. Другий, не менш важливий, етап полягає в описі кумулятивної дії стохастичних навантажень через моделі накопичення пошкоджень.

Для аналізу надійності динамічних систем застосовується теорія викидів випадкових процесів [23], яка дозволяє оцінити ймовірність першого досягнення процесом границі області працездатних станів. Ключовою характеристикою є середнє число перетинів заданого рівня за одиницю часу, що для стаціонарного гаусівського процесу визначається формулою Райса. Для нелінійних систем або негаусівських процесів визначення частоти перетинів потребує чисельних методів.

Врахування нестаціонарності процесів навантаження та деградації властивостей системи вимагає переходу від статичних задач надійності до динамічних. Квазістатичні методи зводять задачу до послідовності статичних оцінок і є обчислювально ефективними, проте мають обмеження для процесів з великою дисперсією. Методи першого виходу базуються на формулі Райса та її узагальненнях, зокрема методі РНІ2 [24]. Вони забезпечують високу швидкість розрахунків, але їхня точність знижується для малих ймовірностей відмови. В [25] встановлено, що методи на основі формули Райса є точними, але обмеженими, гібридні – ефективними, проте чутливими до негаусівськості, а імітаційні – надійними, але ресурсоємними.

Окремої уваги заслуговує застосування теорії марківських процесів до опису еволюції стану механічних систем. Коли процес деградації може бути описаний марківською моделлю, з'являється можливість аналітичного визначення ймовірностей переходу між станами [26]. У роботі [27] цей підхід узагальнено на двовимірний випадок. Марківські моделі застосовуються при описі послідовних стадій деградації конструктивних елементів, зокрема лопаток парових турбін, де процес накопичення пошкоджень розглядається як квазімарківський, а густину розподілу пошкодження визначено через розв'язок рівняння Фоккера-Планка-Колмогорова (ФПК), детальний виклад якого наведено у розділі 4.3.

Окрему групу складають методи на основі метамоделей (сурогатних моделей), що використовують поліноміальний хаос, крігінг або нейронні мережі для апроксимації функції відгуку [28]. Активне навчання на базі Крігінг-моделей, поєднане з ММК, було застосовано як для стаціонарних, так і для нестаціонарних задач [29]. Ці методи набувають поширення завдяки можливості зменшити обчислювальні витрати на кілька порядків; їх застосування у задачах прогнозування ресурсу розглядається у розділах 4 та 5. Водночас побудова метамоделей вимагає якісних вхідних даних, що зумовлює необхідність розвитку

методів діагностики поточного стану механічних систем, зокрема, на основі аналізу вібраційних сигналів.

1.2 Задачі діагностики технічного стану механічних систем за вібраційними сигналами

Описані у попередньому підрозділі методи оцінки надійності потребують достовірної інформації про поточний технічний стан системи, яка отримується засобами технічної діагностики. Забезпечення надійності роторних машин безпосередньо залежить від ефективності методів оцінки їх технічного стану. Вібраційна діагностика займає центральне місце серед методів неруйнівного контролю, оскільки динамічні процеси, що супроводжують роботу механізмів, містять інформацію про зародження та розвиток дефектів, а за різними оцінками від 30 до 50 % відмов роторних конструкцій припадають саме на дефекти підшипникових вузлів. Як показано у [30], аналіз вібраційних сигнатур дозволяє не лише констатувати факт відхилення від нормального режиму, а й локалізувати дефект, базуючись на характерних частотах перекочування тіл кочення. Основним завданням є встановлення зв'язків між параметрами сигналу та видами несправностей – зносом поверхонь кочення, пітингом, тріщинами або дисбалансом; складність цього завдання обумовлена стохастичною природою сигналів, шумами та варіативністю режимів роботи.

Класичні підходи до діагностики базуються на аналізі спектрів частот за допомогою емпіричних індикаторів. У роботі [31] оцінка стану підшипника здійснюється на підставі огляду спектру його сигналу, проте такий підхід потребує точної інформації про геометричні параметри вузлів та кінематичні схеми, що обмежує можливості уніфікації. Еталонним набором даних для порівняння алгоритмів став масив Університету Кейс Вестерн Резерв (CWRU) [32], детальна характеристика якого наведена у підрозділі 3.1. Дослідження

виявили, що лише частина записів містить класичні характеристики зазначеного типу дефекту, тоді як інші демонструють ознаки механічного ослаблення кріплень стенда. У дослідженні [33] показано, що стандартна процедура поділу даних за навантаженнями не формує коректної задачі зміщення домену, оскільки одні й ті самі підшипники присутні в обох вибірках. Тому актуальним напрямком є пошук характеристик сигналу, що мінімізують залежність від конструктивних особливостей механізму, зокрема, кумулятивних характеристик вібросигналів та статистичних моментів розподілу.

Специфічною задачею вібродіагностики є виявлення дефектів, що зароджуються та генерують високочастотні вібрації низької енергії, замасковані низькочастотними коливаннями. У дослідженні [34] показано, що вид дефекту визначається за частотою модуляції, а ступінь його розвитку – за глибиною модуляції. Проте вибір смуги частот для фільтрації залишається нетривіальною задачею, що стимулює розвиток адаптивних методів декомпозиції, зокрема емпірична модова декомпозиція. У роботі [35] запропоновано комбінований підхід на основі вейвлет-перетворення та кореляції спектрів огинаючої, а в [36] – використання безперервного вейвлет-перетворення та пікового співвідношення сигналу до шуму для порівняння скейлограм нестационарних сигналів. Окремий клас задач пов'язаний з оцінкою тяжкості пошкоджень: у роботі [37] запропоновано діагностичні карти для візуалізації еволюції дефектів, а у [38] розроблено моделі визначення періодичності контролю з урахуванням етапів прироботки, нормальної експлуатації та підвищеного зносу.

Автоматизація діагностики є стратегічною задачею, оскільки ручний аналіз значних обсягів моніторингових даних потребує непропорційно великих трудових ресурсів. У роботі [39] розглядаються метод опорних векторів (SVM) для автоматичного виявлення несправностей, у [40] – адаптивна нейро-нечітка система, а у [41] – класифікатор випадкового лісу (RF) з автокореляційними ознаками, результати якого за точністю є порівнянними з методами глибокого

навчання. Ключовою проблемою для класичних методів машинного навчання залишається стійкість розпізнавання при зміні відношення сигнал/шум та узагальнювальна здатність при переході до нових умов експлуатації.

На відміну від класичних методів, підходи глибокого навчання дозволяють автоматично виділяти ієрархічні абстракції із сирих даних. У роботах [42] та [43] продемонстровано ефективність нейронних мереж для класифікації дефектів. Серед спеціалізованих архітектур – FaultNet [44], адаптація AlexNet [45], поєднання короткочасного перетворення Фур'є із згортковими нейронними мережами (CNN) [46] з точністю до 97.4 %, а також ієрархічна CNN [47]. Архітектури зі змінними факторами дилатації, подібні до WaveNet [48], дозволяють рецептивному полю мережі зростати експоненційно з глибиною, що є перевагою для аналізу довгих вібраційних сигналів.

Разом з тим, класифікація на основі однієї архітектури не завжди забезпечує стійкі результати при змінних навантаженнях та різних типорозмірах. У роботі [49] досліджуються CNN для прогресуючих дефектів, а [50] враховує ознаки на різних масштабах. Комбіновану стратегію реалізовано у [51], де одновимірну CNN інтегровано з мережею довгої короткочасної пам'яті (LSTM). У роботах [52] та [53] \$\$ складові шумоподавлюючі автокодувальники забезпечують стійку до шуму діагностику з точністю до 99.83 %. Проте зазначені методи не дозволяють кількісно оцінити розмір несправності, що обмежує їх застосування у задачах прогнозування залишкового ресурсу.

Інтеграція різних методів аналізу є необхідною для створення робастних діагностичних систем: у роботі [54] показано, що комбінація зниження шуму, аналізу огинаючої та декомпозиції підвищує достовірність діагнозу в умовах промислових завод. Водночас у [55] якість класифікації погіршується при зміні обладнання, а як зазначено в оглядовій роботі [56], незважаючи на точність понад 98 % на окремих наборах, перенесення моделі на інші умови експлуатації залишається невирішеною задачею. Додатковою проблемою є незбалансованість

вибірок, коли кількість дефектних прикладів на порядок менша за справні; якість класифікації у таких умовах оцінюється метриками, стійкими до дисбалансу, зокрема F1-мірою, а для отримання стійких оцінок застосовуються методи бутстрепаування на основі генерації підвбірок ММК [57]. Сучасний етап розвитку характеризується переходом від детермінованих методів до ймовірнісних моделей у багатовимірних просторах ознак, де ключовими задачами є уніфікація сигналів різних типорозмірів підшипників, фільтрація шумів, вибір інформативних ознак та побудова класифікаторів, здатних до узагальнення на нові умови експлуатації. Вирішення цих задач потребує систематичного залучення методів машинного навчання. Проте діагностика поточного стану є лише першим кроком – не менш важливою є задача прогнозування залишкового ресурсу на підставі діагностичних даних. Тому наступний підрозділ присвячений систематизації методів машинного навчання (МН) у контексті обох завдань: класифікації стану та регресійного прогнозування деградації.

1.3 Застосування методів машинного навчання в задачах діагностики та прогнозування залишкової надійності

В інженерії надійності методи машинного навчання умовно поділяють на дві функціональні групи в межах парадигми прогностики та управління технічним станом: алгоритми діагностики, що класифікують поточний стан, та алгоритми прогнозування, що оцінюють залишковий ресурс [58], [59]. За наявності розмічених даних про типові несправності задача діагностики формулюється як класифікація з учителем [39]; за їх відсутності застосовуються методи кластеризації, що виявляють аномалії як відхилення від нормального експлуатаційного кластера та слугують тригером для більш складних процедур

прогнозування [53]. Разом з тим, дискретна оцінка стану має обмежену прогностичну цінність: вона констатує факт наявності дефекту, але не визначає часового інтервалу до настання повної відмови. Це зумовлює перехід від класифікаційних методів до регресійних, які оперують неперервними величинами – часом до відмови або рівнем накопиченого пошкодження.

Прогнозування залишкової надійності вимагає переходу від дискретних оцінок стану до неперервних змінних, що реалізується через методи регресійного аналізу. Регресійні моделі встановлюють функціональну залежність між вхідними параметрами (навантаження, вібрація, температура) та показниками деградації (розмір тріщини, втрата маси, накопичене втомне пошкодження). Вибір конкретного алгоритму регресії визначається обсягом доступних даних та вимогами до інтерпретованості результатів [60].

Штучні нейронні мережі, зокрема глибокі архітектури, демонструють високу апроксимаційну здатність при наявності великих обсягів навчальних даних. У роботі [61] показано, що рекурентні мережі типу LSTM здатні ефективно моделювати часові залежності в даних деградації двигунів, що робить їх перспективними інструментами для оцінки залишкового ресурсу. Разом з тим, у роботі [62] встановлено, що для задач прогнозування надійності компонентів достатню точність може забезпечити і менш глибока архітектура за умови коректного формування ознакового простору. Однак у задачах надійності унікальних інженерних споруд або високонавантажених агрегатів часто спостерігається дефіцит натурних даних про повний життєвий цикл. У ситуаціях малих наборів даних нейронні мережі схильні до перенавчання, а їхня природа «чорної скриньки» ускладнює верифікацію прогнозів у відповідальних застосуваннях.

Альтернативою нейромережевим підходам є імовірнісні методи, серед яких домінуючі позиції займає регресія на основі гаусівських процесів (GPR). У фундаментальній монографії [63] систематизовано теоретичні основи GPR та

доведено її непараметричну гнучкість. Основною перевагою GPR є вбудована здатність до кількісної оцінки невизначеності: результатом роботи моделі є не лише точкова оцінка прогнозованого параметру, але й повний апостеріорний розподіл ймовірностей, що дозволяє будувати довірчі інтервали прогнозу. Це забезпечує можливість оцінки ризиків, що є фундаментальною вимогою теорії надійності. У контексті аналізу конструкційної надійності GPR застосовується як сурогатна модель для апроксимації функції граничного стану [28], а також для побудови імовірнісних моделей відгуку багатокomпонентних систем [64].

Специфікою процесів накопичення пошкоджень (втом, знос, корозія) є стохастична природа, що проявляється у зростанні дисперсії параметрів стану з часом. Цей ефект, відомий як гетероскедастичність, суперечить базовим припущенням більшості стандартних методів регресії, які розглядають шум як стаціонарну величину (гомоскедастичність). У ранній роботі [65] було запропоновано підхід до моделювання шуму, залежного від вхідних змінних, у межах гаусівського процесу. Подальший розвиток цього напрямку представлений в роботі [66], де запропоновано метод ітеративної оцінки найбільш ймовірної гетероскедастичної регресії. Ігнорування залежності дисперсії від часу або рівня навантаження призводить до некоректної оцінки довірчих інтервалів: на ранніх етапах експлуатації невизначеність може бути завищеною, а на пізніх, критичних етапах – заниженою.

Для коректного моделювання таких процесів використовуються модифіковані архітектури, зокрема ланцюгова регресія гаусівських процесів (CGPR) [67], де функція правдоподібності параметризується кількома взаємопов'язаними латентними процесами, що дозволяє адаптивно змінювати ширину коридору невизначеності. Математичне формулювання CGPR та його застосування до задач надійності детально розглядається у п. 4.4.

Незважаючи на гнучкість, методи машинного навчання, що базуються виключно на даних, мають принциповий недолік – низьку здатність до

екстраполяції. За межами області навчальних даних стандартні моделі GPR зі стаціонарними ядрами демонструють характерний ефект повернення до апріорного середнього, механізм якого та числові оцінки похибки детально розглянуто у п. 1.6. Як проаналізовано у п. 5.2, стандартна модель CGPR демонструє неприйнятно високу помилку екстраполяції при обмеженому обсязі навчальних даних.

Крім того, суто статистичні моделі не гарантують виконання фізичних інваріантів, таких як монотонність накопичення пошкоджень (невід’ємність швидкості деградації) або граничні умови (нульове пошкодження на початку експлуатації). У оглядовій роботі [68] систематизовано три основні методології забезпечення обмежень: трансформовані функції правдоподібності, апроксимації на основі сплайнів та методи віртуальних спостережень. Підходи на основі обумовлення процесу похідних у віртуальних точках [69] або оцінки обмежень лінійних операторів [70] виявилися ефективними для стаціонарних процесів, але їх застосування у межах гетероскедастичних моделей залишається обчислювально обтяжливим завданням.

Вирішення цієї проблеми лежить у площині інтеграції фізичних знань у структуру машинного навчання. Парадигма фізично-інформованого машинного навчання (ФІМН) набуває інтенсивного розвитку в останнє десятиліття. Зокрема, у роботі [71] запропоновано підхід фізично-інформованих нейронних мереж, де нев’язки диференціальних рівнянь вбудовуються безпосередньо у функцію втрат. Ширший огляд методів інтеграції фізичних знань у моделі МН представлено у роботі [72]. Альтернативний підхід – фізично орієнтоване (або кероване) навчання – полягає у використанні параметричних функцій середнього, що базуються на аналітичних законах, для спрямування прогнозу у фізично допустиму область навіть за відсутності даних. У роботі [73] подібний підхід було успішно застосовано до задачі прогнозування ресурсу зварних з’єднань, а гібридну архітектуру з глибокими ядрами запропоновано у [74].

Окремим класом задач є використання МН для побудови сурогатних моделей (метамodelей), що заміщують ресурсомісткі чисельні розрахунки, зокрема методом скінченних елементів (МСЕ). У задачах імовірнісного аналізу надійності, які вимагають тисяч реалізацій для оцінки малих ймовірностей відмови, наприклад, ММК, пряме використання чисельних моделей є обчислювально нездійсненним [75]. У роботі [76] показано, що застосування сурогатних моделей на основі Крігінгу дозволяє зменшити кількість звернень до обчислювально витратної моделі на кілька порядків при збереженні прийнятної точності оцінки ймовірності відмови.

Ефективним рішенням є стратегії активного навчання, серед яких базовим вважається метод АК-MCS, запропонований у роботі [77]. Метод полягає в адаптивному формуванні навчальної вибірки: модель ітеративно обирає для точного розрахунку лише ті точки, які є найбільш інформативними для уточнення границі області відмови. У подальших роботах цей підхід було розвинено шляхом поєднання з методом вибіркового моделювання IS [78] та з методом підмножинного моделювання [79]. SVM також набув поширення в задачах структурної надійності: огляд [80] охоплює різноманітні варіанти алгоритмів SVM для апроксимації границі відмови та класифікації безпечних і небезпечних станів.

Комплексний огляд методів машинного навчання для аналізу структурної надійності представлено у роботі [81], де систематизовано застосування штучних нейронних мереж, методів опорних векторів, байєсівських методів та Крігінгу з перспективи активного навчання. Загальний огляд можливостей і перспектив машинного навчання для інженерії надійності та безпеки, включаючи прогностику та управління технічним станом, подано у роботі [82]. У контексті парадигми Прогностики та Управління Технічним Станом, інтеграція індуктивних зміщень – фізичних законів, структурних припущень та апіорних

знань безпосередньо в архітектуру моделей МН розглядається як механізм підвищення узагальнюючої здатності, робастності та інтерпретованості [83].

1.4 Моделі накопичення пошкоджень в механічних системах та їх обмеження

Прогнозування ресурсу конструктивних елементів, що експлуатуються в умовах змінного термомеханічного навантаження, потребує адекватного математичного опису процесів накопичення пошкоджень. Під пошкодженням розуміють незворотну зміну мікроструктури матеріалу, що призводить до деградації його фізико-механічних властивостей та втрати несучої здатності конструкції. Формалізація цих процесів пройшла шлях від емпіричних залежностей до тензорних теорій механіки континуального пошкодження. Центральним поняттям є внутрішня змінна стану – міра пошкоджуваності D , що змінюється від нуля до одиниці, а її геометрична інтерпретація пов'язана зі зменшенням ефективної площі перерізу через наявність мікродефектів. Кінетичне рівняння еволюції пошкоджуваності записується як $dD/dt = F(D, y, R)$, де $y(t)$ – вектор напружено-деформованого стану, R – вектор параметрів конструкційної міцності, а конкретний вид F визначається типом матеріалу та механізмом руйнування [84].

Найбільш поширеним інструментом інженерного аналізу втомі є правило Палмгрена-Майнера, що базується на припущенні про лінійну адитивність пошкоджень [85]. Умова руйнування має вигляд $D = \sum_{i=1}^K n_i / N_i = C$, де n_i – кількість циклів при амплітуді $\sigma_{a,i}$, N_i – гранична довговічність за кривою Велера. Для випадкових навантажень використовується метод потоку дощу [86]. Попри простоту, правило має фундаментальні обмеження:

- нездатність враховувати ефект послідовності навантаження, коли перехід від високих амплітуд до низьких є більш руйнівним за зворотний [87];
- ігнорування ефектів взаємодії навантажень;
- суперечність з нелінійним характером втоми, через що критична сума S варіюється від 0.18 до 23.0;
- нехтування пошкоджуючою дією циклів нижче границі витривалості при гігацикловій втомі ($> 10^9$ циклів), характерній для вітрогенераторів [88].

Для подолання обмежень лінійної гіпотези розроблено клас нелінійних моделей. Модель Марко-Старкі постулює степеневу залежність $D_i = (n_i/N_i)^{\mu_i}$, де μ_i залежить від амплітуди напруження, що якісно описує ефект послідовності, проте потребує значного обсягу експериментів для визначення $\mu(\sigma)$. Модель Кортена-Долана враховує вплив максимальної амплітуди через емпіричний коефіцієнт, який залежить від параметрів спектру і потребує перекалібрування для кожного режиму. Менсон і Хелфорд запропонували подвійне лінійне правило, засноване на розділенні втоми на фази ініціації та поширення тріщини, що демонструє високу точність без складних додаткових параметрів. Порівняльний аналіз нелінійних моделей для шести металевих сплавів показав, що моделі на основі кривої пошкодження забезпечують точність прогнозу з відхиленням у межах $\pm 20\%$ [89], тоді як лінійне правило дає похибку до 300% [90]. Подальший розвиток підходу представлено в роботах [91] та [92], де нелінійна модель зі змінним показником степеня досягла похибки прогнозу не більше 15% для п'яти сплавів.

Термодинамічно обґрунтований підхід, закладений Качановим та Работновим, розглядає пошкодження як внутрішню змінну стану. Ключовим є поняття ефективного напруження, яке зростає з пошкодженням. Кінетичне рівняння Качанова-Работнова описує автокаталітичний характер руйнування, інтегрування якого дає характерну опуклу траєкторію $D(t) = 1 - [1 - (m +$

$1)B\sigma^m t]^{1/(m+1)}$, з теоретичним часом руйнування $T_{fail} = 1/((m + 1)B\sigma^m)$. Шабосе розвинув ці ідеї, створивши узагальнену нелінійну модель для опису ефектів середнього напруження, взаємодії втоми й повзучості та нелінійного накопичення при багаторівневому навантаженні [93]. Янг та ін. запропонували двомасштабну модель для високоциклової втоми, що враховує двосегментну характеристику кривих Велера [94]. Разом з тим, значна кількість матеріальних констант (від 4 до 8) та висока чутливість до точності їх ідентифікації обмежують практичне застосування підходу.

Реальні умови експлуатації характеризуються випадковістю навантаження та розкидом властивостей матеріалів, тому процес $D(t)$ доцільно розглядати як випадковий. Для квазімарковських процесів щільність ймовірності пошкоджуваності задовольняє рівняння ФПК:

$$\frac{\partial f(z, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} [A(z)f(z, t)] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} [B(z)f(z, t)], \quad (1.1)$$

де $A(z)$ – коефіцієнт зносу, $B(z)$ – коефіцієнт дифузії [95]. Загальна постановка цього рівняння та умови його застосовності детально розглянуті у п. 2. У лінійному випадку ($A_L = const$, $B_L = const$) розв’язком є нормальний закон $f(z, t) \sim N(A_L t, B_L t)$, що дозволяє оцінити гарантований ресурс із заданою ймовірністю [95]. Узагальнення на двовимірний випадок марковських процесів для прогнозування залишкового ресурсу представлено в [27].

Поряд із цим, для стаціонарних гауссівських процесів ефективними є спектральні методи, що пов’язують спектральну щільність потужності зі швидкістю накопичення пошкоджень. Порівняльний аналіз 25 спектральних методів показав, що методи Дірліка та Тово-Бенашутті забезпечують похибку в межах 10% відносно результатів методу потоку дощу [96]; їх обмеженням є припущення про лінійність та гауссовість процесу [97].

Більшість класичних моделей розроблено для одновісного стану, тоді як реальні системи зазнають складного багатоосного непропорційного навантаження. Тензорні моделі пошкодження враховують анізотропію, проте їх параметризація потребує спеціалізованих експериментальних програм [98]. Природний розкид втомних характеристик (довговічність зразків при однаковому навантаженні відрізняється у 2-10 разів) та невизначеність реальних умов експлуатації унеможливають використання детермінованих моделей для гарантування надійності [87]. Проблемою залишається також відсутність універсальних підходів для опису взаємодії втоми, повзучості та корозії, які одночасно діють у реальних конструкціях [99]. Вказані обмеження обумовлюють необхідність розвитку підходів, що поєднують фізичну обґрунтованість класичних моделей із здатністю враховувати стохастичну природу реальних процесів навантаження. Зазначені обмеження детермінованих моделей обґрунтовують необхідність окремого аналізу процесів деградації для систем, у яких поряд зі стохастичним навантаженням діють активні механізми ремоделювання – тобто для біомеханічних систем.

1.5 Особливості прогнозування деградаційних процесів у біомеханічних системах

У попередньому підрозділі показано, що навіть найрозвиненіші моделі механіки пошкоджень (моделі Качанова-Работнова, Шабоше) потребують значної кількості матеріальних констант, ідентифікація яких є складною задачею. Для біомеханічних систем ці обмеження набувають ще більш критичного характеру, оскільки до стохастичності навантаження додаються активні процеси ремоделювання та адаптації живих тканин, що робить безпосередню ідентифікацію параметрів практично неможливою. Прогнозування еволюції

стану біомеханічних систем є науковою проблемою, що лежить на перетині механіки суцільних середовищ, клітинної біології та теорії ймовірностей. Методи оцінки надійності технічних систем, такі як криві Велера, правило лінійного накопичення пошкоджень або закон росту тріщин [100], успішно застосовуються в інженерній практиці. Разом з тим, їхня пряма екстраполяція на біологічні об'єкти є принципово некоректною. Технічні матеріали являють собою пасивні системи, що зазнають незворотної деградації під впливом зовнішніх навантажень. Натомість живі тканини є активними термодинамічними системами, здатними до саморегуляції, адаптації та репарації, що докорінно змінює кінетику накопичення пошкоджень [101]. Ця принципова відмінність зумовлює необхідність окремого аналізу факторів, що ускладнюють побудову прогностичних моделей для біомеханічних систем.

У класичній механіці руйнування втоне є процесом зародження та росту мікротріщин. У біологічних тканинах цей процес ускладнюється явищем постійного оновлення структурних компонентів: клітини тканини функціонують як механосенсиори, що реагують на зміни напружено-деформованого стану [102]. Відповідно до концепції механічного гомеостазу, тканина прагне підтримувати оптимальний рівень механічного напруження: при зростанні навантаження клітини активують синтез позаклітинного матриксу, потовщуючи стінку судини. Цей процес адаптивного ремоделювання здатний частково компенсувати накопичену деградацію [103]. Проте здатність до репарації не є безмежною: деградація виникає як дисбаланс між швидкістю накопичення пошкоджень та швидкістю їх усунення. Атеросклероз є характерним прикладом, де хронічна запальна відповідь призводить до формування структурно неоднорідної бляшки, механічні властивості якої відрізняються від властивостей здорової судинної стінки.

У 1987 році Глагов зі співавторами встановили, що на ранніх стадіях атеросклерозу артерії зазнають компенсаторного розширення: зовнішня

еластична мембрана (ЗЕМ) розширюється, дозволяючи бляшці рости назовні та зберігаючи площу просвіту незмінною [104]. Цей процес продовжується до порогу навантаження бляшкою близько 40% від площі поперечного перерізу судини, після чого компенсаторні можливості вичерпуються і починається стеноз.

Феномен Глагова створює фундаментальну проблему для моделювання: значний об'єм атеросклеротичної маси може накопичуватися без ознак звуження просвіту, утворюючи область, непомітну для моделей, що використовують ступінь стенозу як параметр деградації. Модель, навчена на даних про діаметр просвіту, може фіксувати парадоксальну стабільність або навіть збільшення просвіту у пацієнта з прогресуючим захворюванням, що суперечить припущенню про монотонне погіршення. Для коректного прогнозування необхідні методи візуалізації, здатні оцінювати зовнішні границі судини (внутрішньосудинне ультразвукове дослідження (ВСУЗД), магнітно-резонансна та комп'ютерна томографія), а моделі повинні розрізняти позитивне (компенсаторне) та негативне (стенотичне) ремоделювання. У контексті побудови прогностичних моделей це означає, що параметр деградації має обиратися з урахуванням фази ремоделювання, наприклад, як відносне навантаження бляшкою, а не як абсолютний діаметр просвіту [105].

Проблема гетероскедастичності, загальне визначення якої наведено у п. 1.3, набуває особливої гостроти для біологічних систем через природу джерел варіативності. На ранніх стадіях атерогенезу поведінка бляшки є відносно передбачуваною, тоді як на пізніх стадіях дисперсію збільшують специфічно біологічні фактори: мікророзриви фіброзної покривки, крововиливи у тіло бляшки та кальцифікація – процеси, що не мають аналогів у деградації технічних матеріалів.

Методи моделювання гетероскедастичного шуму, зокрема ланцюгові гаусівські процеси (детально описані у п. 1.3), є природними інструментами для

задач біомеханічного прогнозування, де залежність дисперсії від часу є не артефактом, а фізичною властивістю системи.

На відміну від моніторингу технічних систем, де датчики записують параметри безперервно, отримання даних про стан внутрішніх органів вимагає інвазивних процедур. Методи візуалізації високої роздільної здатності, зокрема оптична когерентна томографія (ОКТ) та ВСУЗД, є стандартом для оцінки морфології бляшок, проте через інвазивність вони виконуються лише за суворими клінічними показаннями [106]. В результаті дослідники мають набори поперечних даних – поодинокі вимірювання від різних пацієнтів у різні моменти часу.

Побудова регресійної моделі на таких даних може спричинити парадокс Сімпсона: ефект виживання створює ілюзію сповільнення росту бляшок у старших вікових групах, оскільки пацієнти з агресивною прогресією можуть не дожити до спостереження. Крім того, гетерогенність когорти (різний медикаментозний фон, супутні захворювання) спотворює загальну картину. Моделі без фізичних обмежень ризикують вивчити хибні кореляції замість причинно-наслідкових зв'язків, що підкреслює необхідність генерації синтетичних індивідуальних пар – штучно сформованих послідовностей «базовий стан – наступний стан», що імітують відстеження одного пацієнта в часі на основі одномоментних даних від різних пацієнтів, із використанням апріорних знань про фізику процесу. Зокрема, при формуванні таких навчальних пар доцільним є врахування фізіологічних обмежень на максимальну швидкість росту бляшки та толерантності до незначного зменшення відносного навантаження бляшкою внаслідок компенсаторного ремоделювання.

Окрім дефіциту лонгітюдних даних (періодично повторювані вимірювання в часі для одного пацієнта), прогнозування ускладнюється обмеженнями самих методів візуалізації. ОКТ забезпечує роздільну здатність 10-20 мкм, проте глибина проникнення обмежена 1-2 мм, що залишає ЗЕМ невидимою при

масивних бляшках. ВСУЗД проникає на глибину до 10 мм, але має роздільну здатність лише 100-150 мкм. Автоматизований аналіз зображень додатково ускладнюється артефактами: тінню від направляючого провідника, акустичними осциляціями, залишковою кров'ю в полі зору при ОКТ, а також нерівномірним обертанням катетера.

Зображення, отримані при ОКТ, також містять вбудовані технічні маркування (лінійки, нотатки лікаря), що потребують попередньої обробки перед автоматизованим аналізом. Для усунення подібних артефактів використовуються комбінації класичних методів комп'ютерного зору та методів нейромережевого відновлення зображень, зокрема, моделі на основі фур'є-згорток [107]. А для напіваавтоматичної сегментації шарів судинної стінки застосовуються моделі нульового навчання, що зменшують потребу у великих розмічених наборах даних, характерну для класичних підходів глибокого навчання [108].

Для побудови біомеханічних моделей необхідно знати механічні властивості тканин, які в техніці визначаються лабораторними випробуваннями, а в медицині – недоступні напряму. Дослідники покладаються на популяційні середні з експериментів на зразках тканин або непрямі методи (еластографія), що являє собою обернену задачу, чутливу до шумів. Невизначеність жорсткості компонентів бляшки (фіброзної покривки, ліпідного ядра, кальцифікованих ділянок) призводить до дисперсії в розрахунках пікових напружень [109]. Тому прогностичні моделі мають розглядати матеріальні властивості як випадкові поля з розподілом ймовірностей, а не як детерміновані константи.

Поряд із цим, біологічні тканини є нелінійними, анізотропними та в'язкопружними матеріалами, конститутивні моделі яких містять більшу кількість параметрів порівняно з ізотропними інженерними сплавами. Ідентифікація таких параметрів потребує комбінації зворотного аналізу даних візуалізації та врахування популяційної варіабельності, що додатково збільшує простір невизначеності прогнозу. За таких умов ймовірнісні моделі, здатні

кількісно оцінювати як алеаторну (притаманну процесу), так і епістемічну (пов'язану з нестачею знань) невизначеність, набувають особливого значення.

Дефіцит лонгітюдних даних, гетероскедастичність, інструментальні артефакти та невизначеність матеріальних параметрів зумовлюють потребу в підходах, що поєднують фізично обґрунтовані обмеження з гнучкістю ймовірнісних моделей. Парадигма ФІМН детально розглянута у п. 1.3, забезпечує інструментарій для формалізації таких обмежень, як монотонність накопичення пошкоджень, позитивність навантаження бляшкою та узгодженість із законами механіки суцільних середовищ. Для біомеханічних систем це дозволяє компенсувати дефіцит клінічних даних жорсткими фізичними пріорами та моделювати зростання невизначеності на пізніх стадіях захворювання.

1.6 Обмеження регресійних методів машинного навчання при екстраполяції

У підрозділі 1.3 було окреслено проблему екстраполяції як загальне обмеження суто керованих даними методів. Проте ця проблема є настільки принциповою для задач прогнозування ресурсу – як механічних, так і біомеханічних систем, розглянутих у підрозділах 1.4-1.5, що потребує окремого систематичного аналізу для кожного класу алгоритмів.

Фундаментом статистичної теорії навчання є припущення про те, що навчальні та тестові дані є незалежними та однаково розподіленими. Це гарантує, що мінімізація емпіричного ризику на навчальній вибірці призведе до низького ризику на тестовій. Однак у задачах прогнозування деградації це припущення систематично порушується. Дані про еволюцію пошкодження є часовими рядами, де поточний стан системи детерміновано залежить від попередньої історії, тому спостереження не є незалежними. Має місце нестационарність

розподілів: навчальна вибірка охоплює початкові стадії експлуатації (до 50-70% ресурсу), де домінують процеси зародження дефектів, тоді як цільова область прогнозування стосується пізніх стадій з механізмами прискореного руйнування. В умовах зсуву коваріатів моделі, оптимізовані для регіонів з високою щільністю даних, не мають обмежень на поведінку в зонах екстраполяції. У задачах із високорозмірними ознаками ця проблема ускладнюється «прокляттям розмірності»: обсяг порожнього простору між навчальними точками зростає експоненційно, і без сильного індуктивного упередження модель не здатна розрізнити фізично допустимі траєкторії від випадкового шуму.

Гаусівські процеси (GP) є стандартним інструментом ймовірнісного моделювання завдяки здатності надавати оцінку невизначеності. Проте при екстраполяції часових рядів деградації GPR демонструє характерне обмеження – тенденцію повернення прогнозу до апіорного середнього. Більшість популярних коваріаційних ядер (RBF, Матерна) є стаціонарними: $k(t, t') = k(|t - t'|)$. Коли тестова точка t^* віддалена від навчальних даних на відстань, що перевищує масштаб довжини ядра l , коваріація прямує до нуля, і апостеріорне середнє $\mu(t^*) = m(t^*) + K_*^T (K + \sigma_n^2 I)^{-1} (y - m)$ зводиться до $\mu(t^*) \rightarrow m(t^*)$. За нульового апіорного середнього ($m(t) = 0$) модель прогнозує повернення параметра пошкодження до нуля, що суперечить фізиці незворотних процесів деградації.

Окрім ефекту повернення до середнього, додатковим обмеженням є припущення гомоскедастичності (п. 1.3), а також «колапс дисперсії» при варіаційних наближеннях: у регіонах екстраполяції модель може прогнозувати нефізично низьку невизначеність через застрягання оптимізації нижньої межі правдоподібності (ELBO) в локальних мінімумах, ігноруючи епістемічну невизначеність.

Нейронні мережі здатні апроксимувати складні нелінійні функції, проте їх застосування для екстраполяції обмежене кількома факторами. Стандартні багатошарові перцептрони мають спектральне зміщення – вони вивчають низькочастотні компоненти функції значно швидше за високочастотні, тому не здатні захопити різкі прискорення процесу перед відмовою. Поведінка мережі за межами навчальної вибірки визначається функцією активації: ReLU є кусково-лінійною, тому асимптотика при $t \rightarrow \infty$ також лінійна. Для процесів, що описуються степеневими законами (наприклад, закон росту втомних тріщин), лінійна екстраполяція систематично недооцінює швидкість деградації на пізніх стадіях, що призводить до завищення залишкового ресурсу. Крім того, нейронні мережі схильні до надмірної впевненості (overconfidence): у зонах екстраполяції вони видають прогноз із високою впевненістю без сигналу про можливу помилку. Існуючі методи оцінки невизначеності (Monte Carlo Dropout, Deep Ensembles) є обчислювально витратними та не розрізняють алеаторну й епістемічну невизначеності, що особливо проблемно в режимі малих вибірок.

Методи на основі дерев рішень (Random Forest, Gradient Boosting) мають структурне обмеження: дерева розбивають простір ознак на гіперпрямокутники та присвоюють кожному константне значення, тому модель не може передбачити значення за межами діапазону $[\min(y_{train}), \max(y_{train})]$. При екстраполяції висхідного тренду деградації прогноз фіксується на рівні максимального спостереженого значення, створюючи горизонтальну асимптоту – фізично некоректний результат для кумулятивних процесів. Крім того, поверхня відгуку ансамблів дерев є кусково-постійною та розривною, що унеможливорює коректне обчислення похідних (наприклад, швидкості росту тріщини da/dN), ключових для фізичних моделей надійності.

Окрім алгоритмічних обмежень, методи МН, що ігнорують фізику процесів, генерують прогнози, які порушують фундаментальні закони природи, оскільки їх функції втрат мінімізують лише статистичну розбіжність з даними.

Процеси деградації є незворотними: параметр пошкодження $D(t)$ повинен бути монотонно неспадною функцією ($dD/dt \geq 0$), проте стандартні моделі під впливом шуму можуть передбачати локальне зменшення пошкодження. Фізично коректна модель має задовольняти граничну умову $D(0) = 0$ з мінімальною невизначеністю, проте моделі, навчені на даних із ненульового часу, цього не гарантують. Згідно з другим законом термодинаміки, дисперсія прогнозу має розширюватися в міру віддалення в майбутнє, натомість деякі моделі демонструють звуження довірчих інтервалів в екстраполяції – парадокс, що свідчить про неадекватність моделі. Зазначені обмеження обґрунтовують розвиток фізично-орієнтованих підходів, зокрема методів інтеграції обмежень монотонності та граничних умов у структуру ймовірнісної моделі.

1.7 Висновки до розділу та постановка задач дисертаційної роботи

1. Детерміновані підходи на основі коефіцієнтів запасу міцності поступаються імовірнісним методам, оскільки не враховують стохастичну природу експлуатаційних навантажень та варіативність матеріальних характеристик. Серед імовірнісних методів практичне застосування мають аналітичні підходи, методи статистичного моделювання, спектральні методи аналізу динамічної надійності, а також підходи на основі марківських процесів і метамоделей.
2. Класичні методи діагностики за вібросигналами мають обмежену стійкість при змінних режимах роботи та різних типорозмірах підшипників. Методи глибокого навчання забезпечують стабільнішу діагностику, проте чутливі до обсягу розмічених навчальних вибірок та умов перенесення моделей між експериментальними установками.

3. Нейромережеві архітектури мають високу апроксимаційну здатність, але обмежено інтерпретовані. Імовірнісні підходи на основі гаусівських процесів додатково надають кількісну оцінку невизначеності прогнозу, що узгоджує його з нормативними вимогами до надійності. Гетероскедастичність даних деградації обумовлює застосування CGPR для коректного моделювання залежної від часу дисперсії шуму.
4. Детерміновані моделі накопичення пошкоджень не відображають експериментально спостережуваний розкид ресурсу. Стохастичні моделі на основі рівняння Фоккера-Планка-Колмогорова враховують цей розкид, проте вимагають ідентифікації значної кількості матеріальних констант, що ускладнено для *in vivo* біомеханічних об'єктів.
5. Активне ремоделювання тканин, феномен Глагова, гетероскедастичність вимірювань, дефіцит лонгітюдних даних та парадокс Сімпсона унеможливають пряме перенесення інженерних моделей на задачі прогнозування прогресії атеросклеротичних бляшок. Це обумовлює застосування фізично обґрунтованого машинного навчання як методологічної основи для біомеханічних задач.
6. Регресійні методи машинного навчання у чистому вигляді не гарантують виконання фізичних інваріантів – монотонності накопичення пошкоджень, граничних умов, зростання невизначеності. Гаусівські процеси демонструють повернення до середнього, нейронні мережі – непрогнозовану поведінку у віддалених областях ознакового простору, ансамблеві методи – постійний прогноз. Зазначене зумовлює необхідність інтеграції фізичних обмежень у структуру прогностичних моделей.

Сукупність викладених висновків обґрунтовує мету та часткові наукові задачі дисертаційного дослідження, сформульовані у Вступі.

РОЗДІЛ 2 МАТЕМАТИЧНА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ЙМОВІРНІСНОГО ПРОГНОЗУВАННЯ ЗАЛИШКОВОЇ НАДІЙНОСТІ

2.1 Загальна схема об'єднання діагностики та прогнозування

Прогнозування залишкової надійності складних систем передбачає послідовне розв'язання двох взаємопов'язаних задач: ідентифікацію поточного технічного стану на основі вимірювальних даних та екстраполяцію еволюції стану у майбутнє в умовах стохастичного навантаження. Розмежування цих задач є методично важливим, оскільки вони відрізняються як за математичним апаратом, так і за типом вхідних та вихідних даних.

У дисертаційній роботі розглядаються два класи об'єктів: механічні системи (несучі конструкції вітрових енергетичних установок, лопатки газових турбін) та біомеханічні системи (артеріальна стінка з атеросклеротичними бляшками). Попри відмінності у фізичних механізмах деградації, обидва класи описуються єдиним математичним апаратом на основі вектора параметрів стану та моделі накопичення пошкоджень.

Узагальнену методологічну схему підходу зображено на рис. 2.1. Схема відображає горизонтальний потік від діагностики поточного стану через дві паралельні гілки прогнозування до апробації на конкретних об'єктах. Кожен основний блок має власне джерело апріорної інформації, показане допоміжними вхідними блоками: діагностика отримує модальності вимірювальних даних (вібросигнали акселерометрів, ОКТ-зображення артерій), аналітичний прогноз – параметри навантаження і матеріалу, сурогатний прогноз PG-CGPR – спостереження прогресії та апріорні фізичні обмеження. Вихід аналітичного прогнозу слугує синтетичним набором даних для верифікації PG-CGPR (пунктирна стрілка на схемі), що відображає подвійну роль аналітичного блоку:

він одночасно є самостійним методом прогнозу для випадків із замкненим розв'язком ФПК і генератором верифікованих даних для навчання сурогатної моделі. Розгорнутий опис кожного блоку подано нижче, а математичну формалізацію – у п. 2.2.

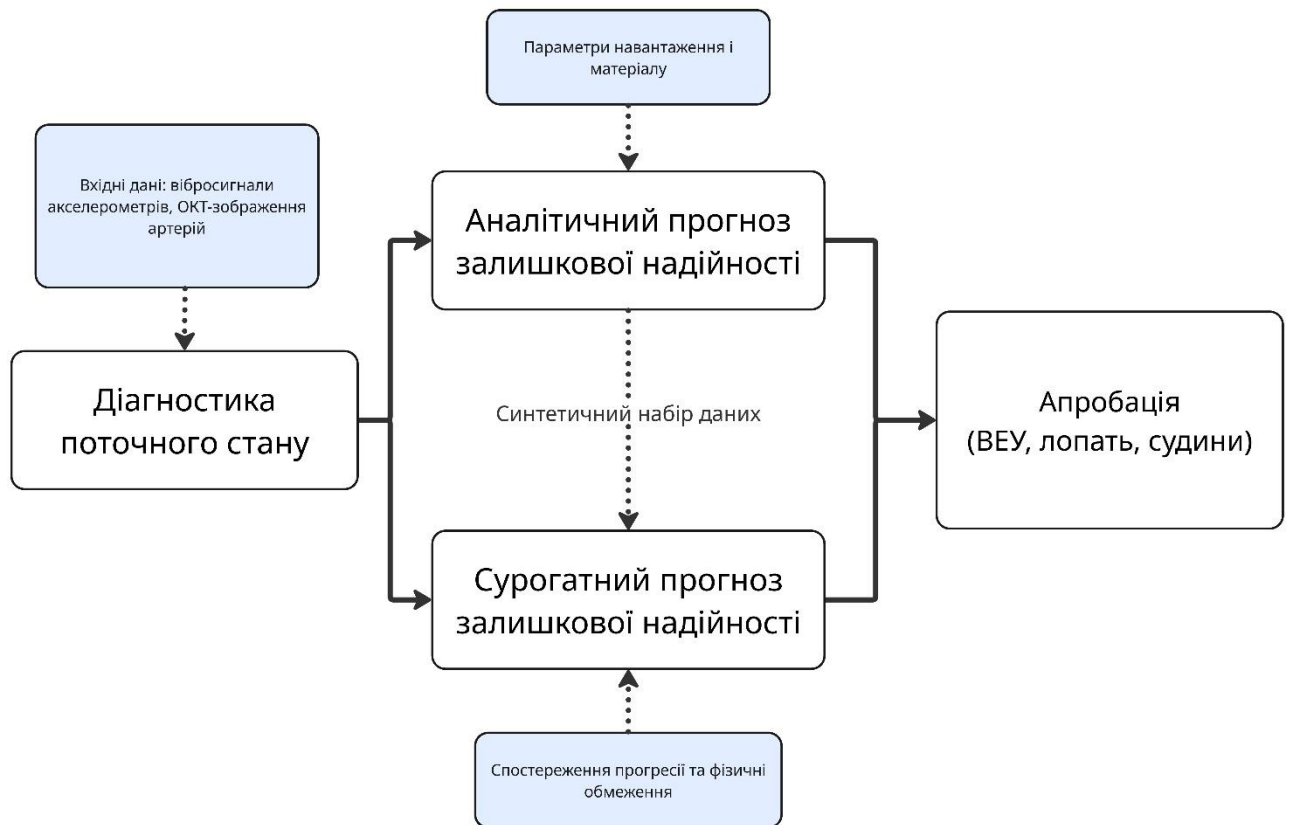


Рисунок 2.1 – Узагальнена схема дисертації, що запропонована в даній роботі

Першим основним блоком схеми є діагностика поточного стану. Вхідними даними є реалізації вібраційного сигналу, зареєстровані акселерометрами у стаціонарних або квазістаціонарних умовах роботи механічних вузлів, а також зображення поперечних перерізів артерій, отримані методами внутрішньосудинної оптично-когерентної томографії. На цьому етапі виконуються фільтрація, нормалізація та формування простору ознак, на якому навчається класифікатор технічного стану.

Виходом блоку діагностики є оцінка $\hat{D}(t_0)$ параметра пошкодженості у поточний момент часу. Для механічних систем вона набуває вигляду дискретної мітки класу стану (наприклад, клас зносу підшипника), для біомеханічних – неперервного значення відсотка ураження артерії бляшкою. Обидва варіанти інтерпретуються як спостереження поточного значення параметра пошкодженості та слугують початковою умовою для обох прогностичних блоків. Детальний опис методів діагностики наведений у розділі 3.

Прогностичну частину схеми утворюють дві паралельні гілки. Аналітичний прогноз застосовується у випадках, коли механізм деградації описується лінійним кінетичним рівнянням, а параметри навантаження і матеріалу є відомими: статистики амплітуди стохастичного навантаження ($\langle \sigma_a^m \rangle$, коефіцієнт загасання кореляційної функції ζ , ефективна частота ω_e) та параметри кривої втоми Велера (N_0 , σ_{-1} , m). За цих умов рівняння Фоккера-Планка-Колмогорова має замкнений розв'язок, що дозволяє отримати аналітичний вираз для розподілу пошкоджень $f_D(D, t)$ у будь-який момент часу. Цей блок реалізовано у п. 4.1-4.3 для несучої конструкції вертикально-осьової вітроенергетичної установки та лопатки газової турбіни.

Сурогатний прогноз PG-CGPR застосовується у випадках, коли кінетичне рівняння є нелінійним або матеріальні константи невідомі, а аналітичний розв'язок ФПК неможливий. Замість фізичної параметризації ця гілка оперує спостереженнями прогресії деградації (для біомеханічних систем – псевдоповторними парами «початковий – наступний стан», сформованими з одномоментних зрізів популяції) та апіорними фізичними обмеженнями: монотонністю $dD/dt \geq 0$, граничною умовою $D(0) = 0$, обмеженістю $D(t) \in [0, D_{cr}]$ та зростанням невизначеності прогнозу при віддаленні від навчальних даних. Реалізація сурогатної моделі описана у п. 4.4-4.5.

Зв'язок між аналітичною та сурогатною гілками реалізується через синтетичний набір даних: розв'язок ФПК у замкненій формі генерує часові ряди $D(t)$ із заздалегідь відомими статистичними характеристиками, що дозволяє верифікувати точність та коректність PG-CGPR на задачах із аналітичним еталоном. Така верифікація є необхідним кроком перед перенесенням сурогатної моделі на задачі без аналітичного розв'язку, зокрема на прогнозування прогресії атеросклеротичних бляшок (розділ 5).

Зв'язок між блоком діагностики та блоком прогнозування є центральним для всієї методології: кількісна характеристика поточного стану, отримана засобами діагностики, є не кінцевим результатом, а початковою умовою для прогностичної моделі. Такий підхід об'єднує два традиційно відокремлені напрями, технічну діагностику та теорію надійності, в єдиний алгоритм.

Кінцевим блоком схеми є апробація. Обидві прогностичні гілки виходять на побудову розподілу залишкового ресурсу – випадкової величини $T_{res} = \inf\{t > t_0 : D(t) \geq D_{cr}\}$. Аналітична гілка апробується на несучій конструкції вертикально-осьової вітроенергетичної установки та лопатці газової турбіни (розділ 4), сурогатна – на задачі прогресії атеросклеротичних бляшок коронарних артерій (розділ 5). Спільність методології забезпечується тим, що обидві гілки використовують єдиний математичний апарат рівняння ФПК і узгоджені визначення параметра пошкодженості та функції надійності (п. 2.2).

2.2 Математична постановка задач

Стан системи в момент часу t описується скінченновимірним вектором параметрів стану $Z(t) = \{z_1(t), z_2(t), \dots, z_n(t)\}$. Область допустимих станів Ω визначається технічними вимогами до системи. Відмова інтерпретується як перша поява вектора $Z(t)$ поза межами Ω .

Для систем, деградація яких описується скалярним параметром пошкодженості $D(t) \in [0,1]$, область допустимих станів задається умовою $D(t) < D_{cr}$, де $D_{cr} = 1$ відповідає руйнуванню. Функція надійності визначається як:

$$P(t) = Pr[D(t) < D_{cr}] = \int_0^{D_{cr}} f_D(D, t) dD, \quad (2.1)$$

де $f_D(D, t)$ – щільність ймовірності параметра пошкодженості в момент t . Доповненням до $P(t)$ є функція ймовірності відмови $Q(t) = 1 - P(t)$, що є функцією розподілу залишкового ресурсу T_{res} .

Інтенсивність відмов (функція ризику) пов'язана з $P(t)$ співвідношенням:

$$\lambda(t) = -\frac{1}{P(t)} \cdot \frac{dP(t)}{dt} = \frac{q(t)}{P(t)}, \quad (2.2)$$

де $q(t) = dQ/dt$ – щільність розподілу ресурсу. На практиці оперують середнім ресурсом $T_{mean} = \int_0^\infty P(t) dt$ та гамма-відсотковим ресурсом T_γ , що задовольняє рівняння $P(T_\gamma) = \gamma/100$.

Сучасні підходи до діагностики технічного стану складних систем базуються на парадигмі машинного навчання, що передбачає автоматичну побудову відображення між простором вхідних ознак і множиною станів системи на основі скінченного набору прикладів. На відміну від правил, заданих експертно, модель машинного навчання визначає такі правила шляхом оптимізації параметрів за критерієм узгодженості з навчальною вибіркою. Такий підхід є обґрунтованим у задачах діагностики, де зв'язок між сигналом і станом системи є нелінійним і не має замкненого аналітичного опису.

Модель класифікатора задається як параметричне сімейство функцій $g_\theta: R^d \rightarrow \Delta^{K-1}$, де $\Delta^{K-1} = \{p \in R^K: p_k \geq 0, \sum_{k=1}^K p_k = 1\}$ – симплекс ймовірностей над K класами, а $\theta \in R^P$ – скінченновимірний вектор параметрів (у випадку нейронної мережі його розмірність P може сягати 10^5 - 10^8). Вибір архітектури сімейства g_θ (лінійна модель, ядровий метод, згорткова нейронна мережа) визначає клас функцій, доступний для апроксимації, і фіксує гладкість відображення відносно θ . У дисертації застосовуються згорткові нейронні мережі (розділ 3), які реалізують g_θ як композицію лінійних операторів згортки та поелементних нелінійних перетворень; ця композиція є диференційовною за θ майже скрізь, що робить застосовним апарат градієнтної оптимізації.

Задача діагностики технічного стану формулюється як задача класифікації на основі вимірювальних даних. Нехай вхідний сигнал $x \in R^d$ є вектором ознак, сформованих із реалізації вібросигналу або морфометричних характеристик зображення. Множина можливих технічних станів системи утворює скінченний набір класів $C = \{c_1, c_2, \dots, c_K\}$.

Задача полягає у побудові відображення $g: R^d \rightarrow C$, що мінімізує ймовірність помилкової класифікації. У рамках байєсівського підходу оптимальним є правило:

$$\hat{c} = \operatorname{argmax}_{c \in C} p(c | x; \theta), \quad (2.3)$$

де θ – параметри моделі класифікатора, що визначаються на етапі навчання. Етап навчання полягає у пошуку таких значень параметрів θ^* , які забезпечують найкращу відповідність прогнозованих розподілів $p(c | x; \theta)$ реальним міткам класів на навчальній вибірці $D_{train} = \{(x_i, c_i)\}_{i=1}^N$. Формально ця відповідність вимірюється скалярною функцією втрат $L(\theta)$, яка кількісно характеризує

неузгодженість між прогнозом моделі та цільовими значеннями. Тоді оптимальні параметри визначаються як розв'язок задачі мінімізації емпіричного ризику:

$$\theta^* = \operatorname{argmin}_{\theta} L(\theta) \quad (2.4)$$

На практиці мінімізація здійснюється ітераційними градієнтними методами. Через великий обсяг навчальної вибірки N і високу розмірність θ класичний градієнтний спуск замінюється стохастичним: на кожній ітерації градієнт $\nabla_{\theta} L(\theta)$ оцінюється за випадковою підвибіркою фіксованого розміру, що знижує обчислювальну вартість ітерації та вводить у процес оптимізації шум, який сприяє виходу з дрібних локальних мінімумів. На практиці використовуються адаптивні модифікації стохастичного градієнтного спуску (Adam, RMSProp), що масштабують крок за координатами θ з урахуванням накопиченої історії других моментів градієнта. Значення градієнта $\nabla_{\theta} L(\theta)$ обчислюється методом зворотного поширення помилки. Алгоритм послідовно застосовує правило диференціювання складеної функції до обчислювального графа моделі g_{θ} , починаючи з виходу та просуваючись до входу, і повертає повний градієнт $\nabla_{\theta} L$ з обчислювальною вартістю, пропорційною одному прямому проходу. Збіжність та узагальнювальна здатність класифікатора визначаються виглядом функції втрат, структурою сімейства g_{θ} та режимом оптимізації. Функція втрат задає, які типи помилок штрафуються сильніше, і чи враховується специфіка задачі (незбалансованість класів, упорядкованість станів, асиметрія наслідків помилкової класифікації). Для запобігання перенавчанню, коли модель точно відтворює навчальну вибірку, але втрачає точність на нових даних, застосовують розділення даних на навчальну, валідаційну та тестову частини, а також регуляризаційні доданки до $L(\theta)$ (зокрема l_2 -штраф на параметри, що відповідає MAP-оцінці з гаусівським апріорі на θ). Критерій

ранньої зупинки за похибкою на валідаційній вибірці є стандартним інструментом контролю узагальнення. Стандартним вибором функції втрат для задачі багатокласової класифікації з імовірнісним виходом є крос-ентропія – від'ємне логарифмічне значення правдоподібності для моделі з категорійним розподілом:

$$L(\theta) = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K 1[c_i = k] \ln p(k | x_i; \theta) \quad (2.5)$$

Крос-ентропія (2.5) трактує всі класи як рівноправні та незалежні, а помилки між будь-якими парами класів штрафуються однаково. Така властивість є обмеженням у задачах діагностики технічного стану, де класи мають природне упорядкування за ступенем пошкодженості, а розподіл прикладів у навчальній вибірці зазвичай є незбалансованим: зразки раннього стану трапляються частіше за зразки критичного стану. Врахування цих особливостей потребує модифікації функції втрат, що є предметом дослідження у розділі 3.

Вихід класифікатора \hat{c} інтерпретується як спостереження поточного стану деградації системи. Для механічних систем це дискретна мітка (наприклад, клас зносу підшипника). Для біомеханічних систем – кількісне значення відсотка ураження артерії бляшкою B , яке відповідає неперервному параметру пошкодженості $D(t_0) = B(t_0)$.

Еволюція параметра пошкодженості описується кінетичним рівнянням у загальній формі:

$$\frac{dD(t)}{dt} = F[D(t), y(t), R], \quad (2.6)$$

де $y(t)$ – зовнішнє навантаження, R – вектор матеріальних констант, а конкретний вид функції F визначається типом об'єкта та механізмом деградації. Для механічних систем з багатоцикловою втомою при вузькосмуговому навантаженні F відповідає модифікованій гіпотезі Палмгрена-Майнера (розділ 4.1). Для біомеханічних систем застосовується степеневий закон накопичення пошкоджень, аналогічний моделям Качанова-Работнова (розділ 5.1).

Оскільки зовнішнє навантаження $y(t)$ є стохастичним процесом, рівняння (2.6) набуває характеру стохастичного диференціального рівняння. За гіпотезою квазімарківськості процесу $D(t)$ (виконання якої обґрунтовано у п. 4.3), розподіл пошкоджень $f_D(D, t)$ задовольняє рівняння ФПК:

$$\frac{\partial f_D}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial D}[A(D)f_D] + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial D^2}[B(D)f_D], \quad (2.7)$$

де $A(D) = \langle F \rangle$ – коефіцієнт зносу (умовне математичне сподівання швидкості накопичення пошкоджень), $B(D)$ – коефіцієнт дифузії, пов'язаний із дисперсією процесу навантаження. Початкова умова відповідає діагностованому поточному стану: $f_D(D, t_0) = \delta(D - D_0)$, де $D_0 = D(t_0)$ – значення, отримане з блоку діагностики.

У лінійному випадку ($A_L = \text{const}$, $B_L = \text{const}$) рівняння ФПК має аналітичний розв'язок у вигляді нормального розподілу $f_D \sim N(A_L(t - t_0) + D_0, B_L(t - t_0))$. Для нелінійних кінетичних рівнянь застосовуються методи Монте-Карло або сурогатні моделі на основі гаусівських процесів, що описані у розділах 4-5.

Формальний зв'язок між блоком діагностики та блоком стохастичного моделювання деградації на рис. 2.1 реалізується наступним чином: нехай класифікатор видає оцінку поточного стану $\hat{D}_0 = \hat{D}(t_0)$. Умовний розподіл

залишкового ресурсу, що враховує невизначеність поточного стану, записується у вигляді:

$$p(T_{res} | \hat{D}_0) = \int p(T_{res} | D_0) p(D_0 | \hat{D}_0) dD_0, \quad (2.8)$$

де $p(D_0 | \hat{D}_0)$ відображає невизначеність оцінки поточного стану, пов'язану з похибкою вимірювання та моделі класифікатора, а $p(T_{res} | D_0)$ визначається через розв'язок рівняння ФПК (2.7) з початковою умовою $D(t_0) = D_0$.

На практиці для механічних систем з надійною класифікацією класу стану розподіл $p(D_0 | \hat{D}_0)$ апроксимується дельта-функцією, а прогнозування здійснюється від фіксованої початкової умови. Для біомеханічних систем, де морфометричні вимірювання мають суттєву похибку через обмеження методів візуалізації (описані у п. 1.5), невизначеність початкового стану враховується явно у структурі гаусівського процесу.

Таким чином, запропонована методологія забезпечує математично коректний перехід від задачі класифікації поточного стану до задачі ймовірнісного прогнозування залишкового ресурсу, а розподіл (2.8) є кінцевим результатом, на основі якого обчислюються практичні показники надійності за формулами (2.1)-(2.2).

Розв'язання рівняння ФПК (2.7) у замкненій формі можливе лише для обмеженого класу кінетичних рівнянь. Для лінійного випадку з постійними коефіцієнтами A_L та B_L розв'язок має вигляд нормального розподілу, що використано у п. 4.1-4.3 для оцінки ресурсу несучої конструкції ВЕУ та лопатки газової турбіни. У загальному випадку, коли функція F є нелінійною або матеріальні константи R є невідомими, замкнутий розв'язок ФПК не існує, і

прогнозування реалізується через сурогатне моделювання, що на рис. 2.1 відповідає блоку PG-CGPR і детально описане у п. 4.4-4.5.

Задача сурогатного прогнозування формулюється наступним чином. Нехай є навчальна вибірка $D_{GP} = \{(t_i, y_i)\}_{i=1}^N$, де $y_i = D(t_i) + \varepsilon_i$ – спостереження параметра деградації із шумом ε_i . Модель будується як гаусівський процес, повністю визначений функцією середнього $m(t)$ та коваріаційною функцією $k(t, t'; \psi)$ з вектором гіперпараметрів ψ . Значення ψ знаходять максимізацією логарифма маргінальної правдоподібності $\log p(y | t; \psi)$ на навчальній вибірці D_{GP} ; для гетероскедастичного випадку, де маргінальна правдоподібність не має замкненої форми, застосовується варіаційна оцінка знизу ELBO (докладно у п. 4.4).

Додатковою вимогою є виконання фізичних обмежень, що впливають із природи процесу деградації:

1. монотонність: $dD/dt \geq 0$ (пошкодження не зменшується);
2. гранична умова: $D(0) = 0$ (відсутність пошкодження на початку);
3. обмеженість: $D(t) \in [0, D_{cr}]$;
4. зростання невизначеності: $\hat{Var}[D(t^*)]$ є неспадною функцією t^* .

Ігнорування умов (1)–(4) призводить до фізично некоректних прогнозів при екстраполяції за межі навчальної вибірки, що детально проаналізовано у п. 1.6. Методологія інтеграції фізичних обмежень у структуру регресії гаусівських процесів описана у п. 4.5.

Задача є гетероскедастичною: дисперсія шуму $\sigma^2(t) = Var[\varepsilon(t)]$ залежить від часу, відображаючи зростання варіативності процесу деградації на пізніх стадіях. Для механічних систем це обумовлено розкидом втомних характеристик матеріалу; для біомеханічних – специфічно біологічними факторами (крововиливи у тіло бляшки, кальцифікація), що не мають прямих аналогів у

техніці. Математичне вирішення задачі гетероскедастичної регресії реалізується через ланцюгову регресію гаусівських процесів (п. 4.4-4.5).

2.3 Висновки до розділу

У розділі сформульовано математичні постановки задач, що складають основу методології дисертаційної роботи.

1. Запропоновано єдиний методологічний підхід, що об'єднує задачу діагностики поточного стану, розв'язувану методами машинного навчання, та задачу ймовірнісного прогнозування залишкового ресурсу через дві паралельні гілки: аналітичну (для випадків замкненого розв'язку ФПК) та сурогатну (PG-CGPR – для випадків нелінійних кінетичних рівнянь). Ключовим елементом підходу є формальний перехід від виходу класифікатора до розподілу залишкового ресурсу через інтегральне співвідношення (2.8), яке поєднує невизначеність оцінки поточного стану $p(D_0 | \hat{D}_0)$ та умовний розподіл ресурсу $p(T_{res} | D_0)$, отриманий розв'язанням рівняння ФПК (2.7). Для випадків надійної класифікації обґрунтовано редукцію розподілу $p(D_0 | \hat{D}_0)$ до дельта-функції, що відповідає прогнозуванню від фіксованої початкової умови.
2. Загальна постановка задачі надійності формалізована через поняття функції надійності $P(t)$, інтенсивності відмов $\lambda(t)$ та розподілу залишкового ресурсу T_{res} . Розподіл пошкоджень $f_D(D, t)$ знаходиться як розв'язок рівняння ФПК (2.7) з початковою умовою, визначеною результатами діагностики.
3. Задача сурогатного прогнозування сформульована з явними фізичними обмеженнями: монотонністю, граничними умовами та зростанням

невизначеності. Їх виконання є необхідною умовою фізичної коректності прогнозів при екстраполяції.

4. Сформовано вимоги до сурогатної моделі деградації, які включають апроксимаційну здатність на навчальній вибірці, кількісну оцінку невизначеності прогнозу та облік гетероскедастичної природи задачі – залежності дисперсії шуму $\sigma^2(t)$ від часу. Встановлено, що зростання $\sigma^2(t)$ на пізніх стадіях деградації відображає об'єктивну фізичну закономірність і має бути явно включене у структуру моделі, а не розглядатися як технічне ускладнення.
5. Запропонована методологія є основою для побудови гібридних моделей, що поєднують переваги керованих даними методів (висока апроксимаційна здатність) з фізичними обмеженнями (гарантована монотонність, фізично коректна поведінка при екстраполяції, кількісно правильне зростання невизначеності). Аналітична гілка апробована у розділі 4 на задачах оцінки ресурсу несучої конструкції ВЕУ та лопатки газової турбіни, де її розв'язки слугують також синтетичним набором даних для верифікації PG-CGPR. Сурогатна гілка узагальнює методологію на задачі без аналітичного розв'язку та апробована у розділі 5 на прогнозуванні прогресії атеросклеротичних бляшок.

РОЗДІЛ 3 ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ ДІАГНОСТИКИ ПОТОЧНОГО СТАНУ МЕХАНІЧНИХ ТА БІОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

3.1 Методика вимірювання та обробки вібраційних сигналів підшипників кочення

Задача вібродіагностики підшипників кочення передбачає наявність якісних експериментальних даних, від яких залежить адекватність подальшого аналізу та класифікації технічного стану. У літературі описано низку випробувальних стендів, що відрізняються типом сенсорів, частотою дискретизації, способом введення дефектів та режимами навантаження. Найпоширенішим еталонним набором даних є набір CWRU, обмеження якого розглянуто у п. 1.2: штучне нанесення дефектів та одноосева реєстрація не відтворюють реальних умов деградації.

Альтернативний підхід реалізовано у роботі [37], де застосовано триосьову реєстрацію з частотою 40 кГц для підшипників за швидкостей 200-500 об/хв. Перевагою є наявність зразків із різними ступенями дефекту, проте обмежена кількість зразків та фіксовані швидкості звужують можливості узагальнення. Проблему переносимості моделей між стендами досліджено у роботах [40] та [42], де показано зниження точності класифікаторів при застосуванні до сигналів з інших установок.

Зазначені обмеження зумовлюють потребу у створенні експериментальної бази, яка б поєднувала триосьову реєстрацію вібрацій, автоматизоване керування та використання підшипників із природними дефектами. Методика отримання даних базується на випробувальному стенді, описаному у [1], який моделює роботу роторних систем у контрольованих умовах.

Випробувальний стенд імітує роботу роторної системи з двома підшипниковими опорами. На одному боці стенду встановлено еталонний підшипник без дефекту, незмінний протягом усіх експериментів; на протилежному – досліджуваний підшипник, який замінюється між експериментами. Між стійками закріплено збалансований вантаж масою 3.5 кг. Стійки спроектовано для типорозміру 6204, а за допомогою перехідних втулок забезпечено встановлення підшипників типорозміру 6202 . Загальний вигляд стенду представлено на рис. 3.1.

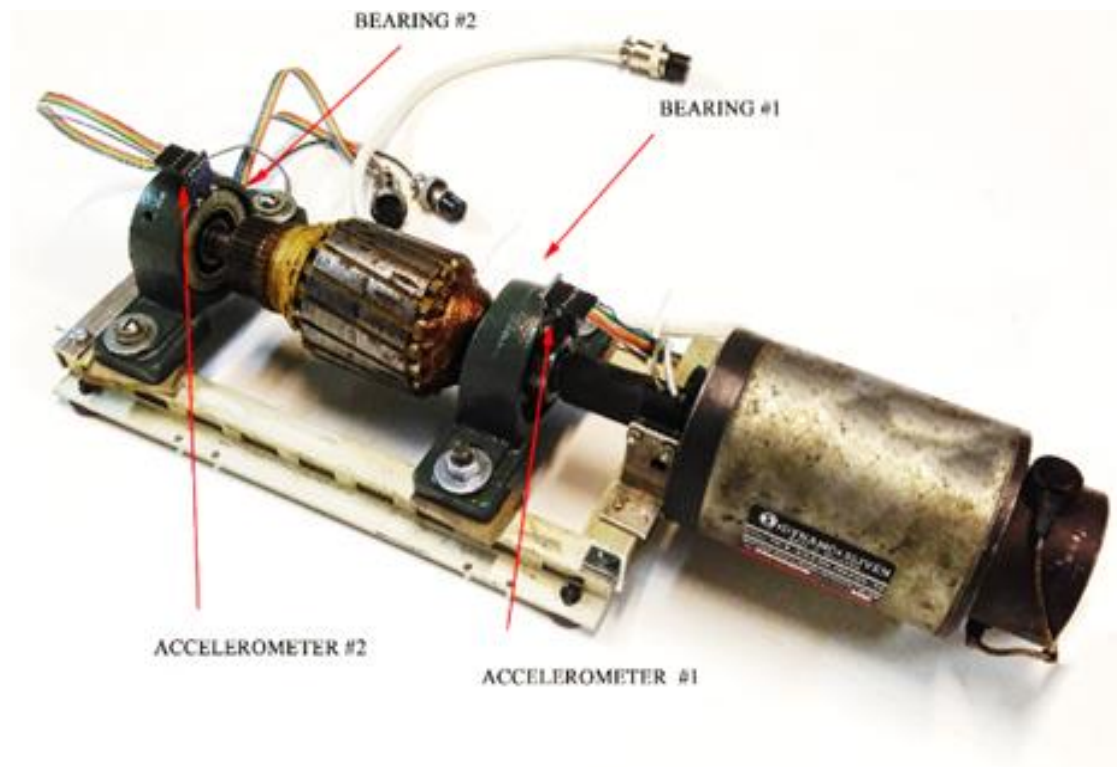


Рисунок 3.1 – Загальний вигляд механічної частини випробувального стенду

Характеристики використаних підшипників наведено у табл. 3.1. Застосування двох типорозмірів дозволяє оцінити здатність діагностичних моделей до узагальнення на підшипники з відмінними геометричними параметрами. Граничні частоти обертання обох типорозмірів перевищують

робочу швидкість стенду (1500 об/хв), що виключає роботу в позаштатному режимі.

Таблиця 3.1 – Характеристики підшипників

Параметр	6204	6202
Внутрішній діаметр, мм	20	15
Зовнішній діаметр, мм	47	35
Ширина, мм	14	11
Маса, кг	0.1	0.045
Динамічне навантаження, кН	12.7	7.75
Статичне навантаження, кН	6.5	3.6
Гранична частота обертання, об/хв	16 000	21 000

Для реєстрації динамічних характеристик підшипників застосовано триосьові акселерометри моделі GY-61 на базі мікроелектромеханічної системи (МЕМС) з чипом ADXL335. На відміну від п'єзоелектричних датчиків, що використовуються у більшості відомих стендів (зокрема CWRU), МЕМС-акселерометри є компактнішими та менш вартісними. Вибір триосьової конфігурації зумовлено тим, що дефекти елементів кочення генерують збурення у різних площинах, і одноосьова реєстрація може не виявити певні типи пошкоджень [30]. Характеристики акселерометрів наведено у табл. 3.2, зовнішній вигляд – на рис. 3.2.

Таблиця 3.2 – Характеристики акселерометрів GY-61

Параметр	Значення
Чип	ADXL335
Напруга живлення	3-5 В
Споживаний струм	350 мкА
Діапазон вимірювань	$\pm 3.6g$
Чутливість	300 мВ/г
Температура експлуатації	-40...+85 °С
Розмір	20.3 × 15.7 мм
Маса	5 г



Рисунок 3.2 – Триосьовий акселерометр GY-61

Акселерометри встановлено безпосередньо на корпусах обох підшипникових опор, що забезпечує реєстрацію високочастотних складових вібрації з мінімальним затуханням. Діапазон $\pm 3.6g$ є достатнім для фіксації як фонових вібрацій справних підшипників, так і ударних імпульсів дефектних зразків.

Реєстрація аналогових сигналів здійснюється за допомогою аналого-цифрового перетворювача NI USB-6009 виробництва National Instruments, який підключається через інтерфейс full-speed USB та містить вісім каналів аналогового введення, два канали виведення, 12 каналів цифрового вводу-виводу та 32-розрядний лічильник. Частота дискретизації становить 3000 вибірок за секунду на канал. Порівняно з частотами інших стендів (12-48 кГц у CWRU, 40 кГц у стенді Мадридського політехнічного університету) обрана частота є нижчою, що пояснюється обмеженнями смуги пропускання МЕМС-акселерометрів. Разом з тим, у роботі [43] показано, що зниження частоти дискретизації у поєднанні з адекватними методами обробки не призводить до втрати діагностичної інформативності для задач бінарної класифікації.

Забезпечення ідентичності умов випробувань реалізовано через систему автоматичного керування на базі мікроконтролера Arduino, який отримує миттєву швидкість обертання від інфрачервоного датчика та генерує широтно-імпульсний модульований сигнал для драйвера електродвигуна. Параметри сигналу регулюються за пропорційно-інтегрально-диференціальним законом. Автоматизація усуває варіативність ручного керування та гарантує виконання кожного експерименту за однаковим часовим профілем.

Стандартизований цикл випробування складається з трьох етапів: розгін ротора до 1500 об/хв, утримання стаціонарної швидкості протягом 10 с та уповільнення до 200 об/хв. Це дозволяє реєструвати вібраційний відгук як у перехідних, так і в усталеному режимах. У більшості відомих досліджень [31] реєстрація здійснюється за фіксованої швидкості, що спрощує аналіз, але не відтворює реальних умов експлуатації. Профіль швидкості протягом одного циклу представлено на рис. 3.3.

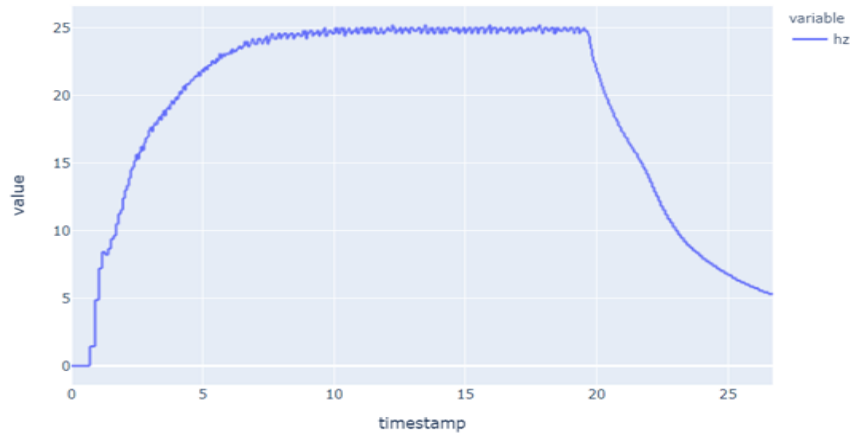


Рисунок 3.3 – Профіль швидкості обертання валу протягом одного циклу випробувань

Проведено 112 експериментів: 30 дефектних підшипників типорозміру 6204, 70 – типорозміру 6202, а також 12 нових (7 та 5 відповідно). Усі дефектні зразки мають природні макродефекти, що виникли під час реальної експлуатації, а не введені штучно [2]. Масив даних включає часові ряди віброприскорень за трьома осями для обох підшипників, миттєву швидкість обертання, час та потужність приводу. Загальний обсяг – 10 265 700 записів (у середньому 91 600 на підшипник). Параметри узагальнено у табл. 3.3.

Таблиця 3.3 – Параметри експерименту та набору даних

Параметр	Значення
Частота дискретизації	3 кГц
Діапазон швидкостей обертання	0-1500-200 об/хв
Навантаження валу	35 Н
Кількість експериментів	112
Дефектних / нових підшипників	100 / 12
Загальна кількість записів	10 265 700

У табл. 3.4 наведено порівняння параметрів сформованого набору з найвідомішими бенчмарками у галузі вібродіагностики.

Таблиця 3.4 – Порівняння з іншими експериментальними стендами

Параметр	Даний стенд	CWRU	МПУ
Тип акселерометра	МЕМС (3 осі)	П'єзо (1 вісь)	П'єзо (3 осі)
Частота дискретизації, кГц	3	12 / 48	40
Тип дефектів	Природні	Штучні	Штучні
Кількість зразків	112	~160	~45
Типорозміри	2	1	1
Профіль швидкості	Змінний	Постійний	Постійний

Як впливає з табл. 3.4, сформований набір відрізняється використанням природних дефектів, наявністю двох типорозмірів та змінним профілем швидкості, що наближає умови випробувань до реальних режимів роботи. Набір опубліковано на платформі Kaggle у відкритому доступі. На рис. 3.4 представлено типові сигнали віброприскорень підшипників із різним технічним станом.

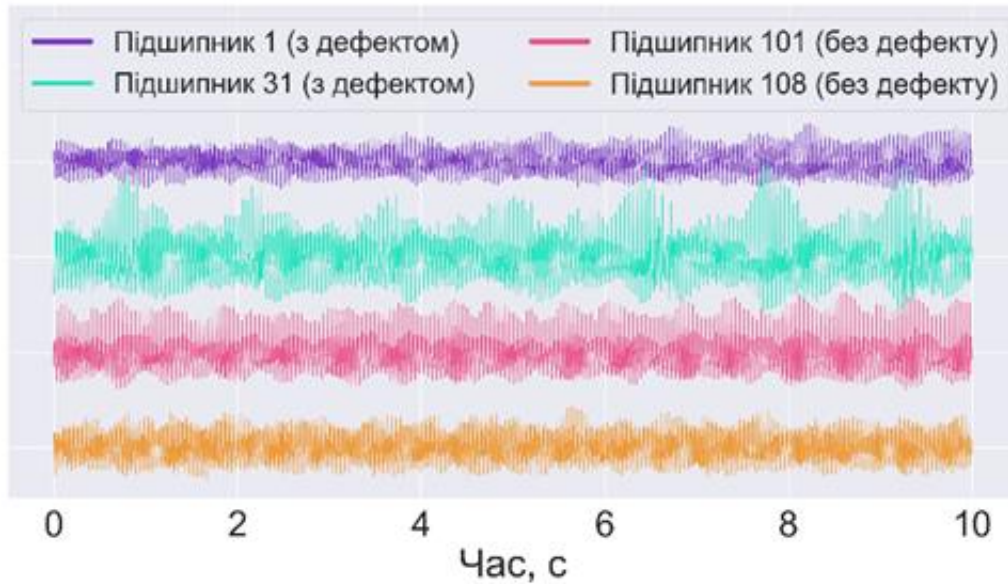


Рисунок 3.4 – Типові сигнали віброприскорень підшипників

Описана методика розроблена з урахуванням досвіду попередніх досліджень [38] та спрямована на усунення обмежень наявних бенчмарків. Автоматизація збору даних забезпечує повторюваність експериментів, а використання підшипників із реальними дефектами створює передумови для розробки алгоритмів діагностики, здатних до узагальнення. Подальша обробка зібраних сигналів, що включає масштабування, сегментацію та формування простору інформативних ознак, розглянута у п. 3.2.

3.2 Формування простору ознак для класифікації технічного стану

Побудова системи автоматизованої діагностики підшипникових вузлів потребує попередньої обробки вихідних даних та формування інформативного простору ознак. Безпосереднє використання масивів сигналів віброприскорення для задач класифікації є неефективним через стохастичну природу вібраційних процесів, наявність високоамплітудних шумів та фазових зсувів, що унеможливорює пряме зіставлення часових рядів. Тому одним з етапів

дослідження є трансформація дискретних значень віброприскорення у простір кумулятивних характеристик, які інтегрально описують стан механічної системи. Такий підхід дозволяє перейти від аналізу миттєвих значень амплітуд до оцінки статистичних, енергетичних та ентропійних властивостей сигналу, що є інваріантними до моменту початку запису та більш стійкими до випадкових збурень.

Першочерговим завданням при підготовці даних для навчання математичних моделей є масштабування вхідних сигналів. Ця процедура є необхідною для приведення ознак різної фізичної природи або діапазону значень до єдиного масштабу, що забезпечує коректну роботу алгоритмів оптимізації та запобігає домінуванню ознак з великими абсолютними значеннями [110]. За відсутності масштабування параметри моделі при градієнтній оптимізації оновлюються з різною швидкістю для ознак з різними діапазонами, що уповільнює збіжність або призводить до субоптимальних рішень. Нижче розглянуто три методи масштабування, що застосовуються у задачах аналізу вібраційних сигналів.

Перший метод – стандартизація (Z-оцінка), яка полягає у центруванні розподілу значень відносно нуля та нормуванні дисперсії до одиниці. Розрахунок стандартизованої змінної виконується шляхом віднімання середнього арифметичного значення від вихідного значення ознаки з подальшим діленням на стандартне відхилення. Цей метод є ефективним за умови нормальності або квазінормальності розподілу даних.

Другий підхід передбачає лінійне масштабування сигналу у фіксований діапазон від -1 до 1, що реалізується за допомогою мінімаксного перетворення:

$$X_{norm} = \frac{X - X_{min}}{X_{max} - X_{min}} \quad (3.1)$$

$$X_{scaled} = X_{norm}(max - min) + min \quad (3.2)$$

де X – вхідні значення змінної, X_{norm} – стандартизована змінна, X_{scaled} – масштабована змінна, X_{min} та X_{max} – мінімальне та максимальне значення змінної відповідно, max та min – верхня та нижня межі діапазону масштабування. Перевагою мінімаксного масштабування є збереження пропорцій між значеннями вихідного сигналу, проте цей метод є чутливим до наявності аномальних викидів.

Третім методом є робастне масштабування, що характеризується стійкістю до аномальних значень. Вібраційні сигнали підшипників, особливо на ранніх стадіях розвитку дефектів або при наявності зовнішніх ударних навантажень, часто містять поодинокі викиди, що відрізняються від основної маси вибірки. Використання класичних статистик, таких як середнє значення та стандартне відхилення, у таких випадках призводить до зміщення оцінок [111]. Робастне масштабування вирішує цю проблему шляхом використання медіани як міри центральної тенденції та міжквартильного розмаху як міри розсіювання:

$$X_{\text{робастне}} = \frac{X - med}{P_{75} - P_{25}} \quad (3.3)$$

де med – медіана, P_{75} – 75-й перцентиль, P_{25} – 25-й перцентиль. Отримані таким чином дані мають нульову медіану, а їх масштаб визначається найбільш репрезентативною частиною вибірки, що мінімізує вплив аномальних піків на подальшу класифікацію.

Для оптимізації обчислювального процесу та підвищення статистичної значущості результатів застосовано методику розбиття безперервного сигналу на фрагменти фіксованої довжини [112]. Оскільки тривалість запису одного експерименту може бути значною, а кількість дискретних точок – сягати сотень тисяч, обробка повного масиву як єдиного вектора є ресурсоємною. Розподіл

даних на фіксовану кількість сегментів однакової довжини дозволяє уніфікувати вхідні дані для алгоритмів машинного навчання.

Такий підхід зменшує вимоги до оперативної пам'яті, дозволяє проводити паралельну обробку та збільшує обсяг навчальної вибірки, оскільки з одного довготривалого запису формується набір із десятків або сотень незалежних прикладів. Це сприяє більш надійному оцінюванню статистичних параметрів та підвищує робастність моделей класифікації. Поділ на фрагменти також гарантує, що параметри послідовно обчислюються для еквівалентних сегментів даних, забезпечуючи повторюваність розрахунків та можливість подальшого статистичного аналізу розподілу кожної ознаки на множині фрагментів.

На основі отриманих фрагментів сигналів формується вектор описових ознак. Базовий набір ознак включає методи описової статистики, які характеризують форму та параметри розподілу ймовірностей миттєвих значень віброприскорення. Ці ознаки дозволяють інтегрально описати поведінку сигналу та є основою для побудови класифікаційних моделей у задачах вібродіагностики [113]. Коефіцієнт варіації визначає відносну мінливість сигналу:

$$CV = 100 \frac{S}{\bar{x}}, \quad (3.4)$$

де S – стандартне відхилення вибірки, \bar{x} – середнє арифметичне значення. Коефіцієнт варіації є безрозмірною величиною та дозволяє порівнювати ступінь мінливості сигналів з різними абсолютними рівнями вібрації.

Для оцінки розкиду значень використовується розмах – різниця між максимальним та мінімальним значеннями у вибірці, а також міжквартильний розмах:

$$IQR = Q_3 - Q_1, \quad (3.5)$$

де Q_3 та Q_1 – третій та перший квартилі відповідно. На відміну від розмаху, міжквартильний розмах є робастною мірою розсіювання, оскільки не залежить від екстремальних значень вибірки.

Для аналізу симетрії та гостровершинності розподілу вібрацій розраховуються коефіцієнти асиметрії та ексцесу. Асиметрія характеризує ступінь скошеності розподілу відносно середнього значення та визначається через третій центральний момент:

$$g_1 = \frac{m_3}{m_2^{3/2}}, \quad (3.6)$$

де $m_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x})^k$ – центральний момент k -го порядку. Для справного підшипника розподіл віброприскорень, як правило, є близьким до симетричного, тоді як поява дефекту призводить до зростання асиметрії внаслідок ударних імпульсів. Ексцес визначається через четвертий центральний момент:

$$g_2 = \frac{m_4}{m_2^2} \quad (3.7)$$

Для нормального розподілу ексцес дорівнює 3, а його зростання свідчить про збільшення частки екстремальних значень у вибірці, що характерно для сигналів підшипників з локальними дефектами.

Додатково розраховується пік-фактор, який визначається як відношення пікової амплітуди сигналу до його середньоквадратичного значення:

$$C = \frac{|x_{peak}|}{x_{rms}} = \frac{\|x\|_{\infty}}{\|x\|_2} \quad (3.8)$$

Цей параметр є індикатором ударних навантажень і дозволяє виявляти дефекти на ранніх стадіях, коли енергія удару ще є незначною порівняно з загальним рівнем вібрації. Зростання пік-фактора свідчить про появу імпульсних складових у сигналі, що є типовою ознакою початку руйнування робочих поверхонь підшипника. Додатково розраховується кількість переходів сигналу через нульовий рівень. Ця ознака характеризує частотний склад сигналу без використання спектральних перетворень: вищі значення відповідають переважанню високочастотних складових, тоді як нижчі – низькочастотних. Для вібраційних сигналів підшипників зміна кількості переходів через нуль може свідчити про появу додаткових високочастотних компонентів, спричинених ударними імпульсами від дефектів поверхонь кочення.

Окрім класичних статистичних моментів, для оцінки складності та нерегулярності вібраційних сигналів використано методи теорії інформації. Ентропійні міри дозволяють кількісно оцінити ступінь хаотичності процесу, що є діагностично інформативним, оскільки дефектні підшипники генерують сигнали з іншою структурою нерегулярності порівняно зі справними. Ентропія Шеннона дає загальну оцінку інформаційної ємності сигналу [114]:

$$H(X) = - \sum_{i=1}^N p_i \log p_i, \quad (3.9)$$

де N – загальна кількість спостережень, p_i – ймовірність події i . Для обчислення ентропії Шеннона вібраційного сигналу попередньо будується гістограма розподілу амплітуд, на основі якої визначаються емпіричні ймовірності.

Приблизна ентропія дозволяє оцінити регулярність та передбачуваність часового ряду. Для послідовності $u = \{u_1, u_2, \dots, u_N\}$ довжиною N , невід’ємного цілого m та порогу подібності $r > 0$ визначаються блоки $x_i =$

$\{u_i, u_{i+1}, \dots, u_{i+m-1}\}$ та обчислюється відстань $d[x_i, x_j] = \max_{k=1, \dots, m} |u_{i+k-1} - u_{j+k-1}|$. На основі цих відстаней визначається функція:

$$\Phi^m(r) = \frac{1}{N - m + 1} \sum_{i=1}^{N-m+1} \log C_i^m(r), \quad (3.10)$$

де $C_i^m(r)$ – відносна частка блоків довжини m , які є подібними до i -го блоку з точністю до порогу r . Приблизна ентропія визначається як $ApEn(m, r, N) = \Phi^m(r) - \Phi^{m+1}(r)$ та вимірює логарифмічну ймовірність того, що сегменти даних, близькі на відрізьку довжиною m , залишаються близькими при збільшенні довжини до $m + 1$ [115].

Удосконаленням приблизної ентропії є ентропія вибірки, яка усуває зміщення, викликане врахуванням самоподібності векторів. На відміну від приблизної ентропії, при обчисленні S_E порівняння вектора з самим собою виключається, що забезпечує меншу залежність від довжини ряду:

$$S_E = -\log \frac{A}{B}, \quad (3.11)$$

де A – кількість пар векторів з відстанню $d[X_{m+1,i}, X_{m+1,j}] < r$, B – кількість пар з відстанню Чебишева $d[X_{m,i}, X_{m,j}] < r$, r – допустиме відхилення, m – розмір вікна порівняння.

Ентропія перестановок базується на аналізі порядкових структур у часовому ряді [116]. Для часового ряду $X = \{x_t : t = 0, 1, \dots, N\}$ та вкладеної розмірності d визначаються перестановки типу π , для яких виконується умова $x_{s+r_0} \leq x_{s+r_1} \leq \dots \leq x_{s+r_{d-1}}$. Ентропія перестановок обчислюється за формулою:

$$H(d) = - \sum_{i=1}^{d!} p_i(\pi) \log_2 p_i(\pi) \quad (3.12)$$

Значення цієї метрики лежать у діапазоні від 0 до $\log_2 d!$, де нижня межа відповідає повністю монотонним сигналам, а верхня – випадковим процесам з рівноймовірними перестановками. Ентропія перестановок є обчислювально ефективною та стійкою до монотонних перетворень сигналу, що робить її придатною для аналізу нестационарних вібраційних процесів.

Поряд із цим використовується ентропія сингулярного розкладу, що оцінює кількість значущих власних векторів, необхідних для опису сигналу:

$$H_{SVD}(d) = - \sum_{i=1}^M \hat{\sigma}_i \log_2 \hat{\sigma}_i, \quad (3.13)$$

де M – кількість сингулярних значень вбудованої матриці, $\hat{\sigma}_i$ – нормовані сингулярні значення. Ця метрика характеризує ефективну розмірність даних та є чутливою до зміни структурної складності сигналу при появі дефектів.

Енергія сигналу, що визначається як інтеграл квадратів амплітуд, використовується як ознака загальної інтенсивності коливань:

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt \quad (3.14)$$

Зростання енергії сигналу, як правило, свідчить про збільшення загального рівня вібрації, що може бути спричинене розвитком дефекту або зміною умов експлуатації. Для дискретних сигналів інтеграл замінюється сумою квадратів амплітуд відліків.

Для характеристики динамічних властивостей сигналу застосовано параметри Х'орта [117]. Параметр активності представляє дисперсію часового ряду, що фізично відповідає потужності вібраційного процесу:

$$A_H = Var[x] \quad (3.15)$$

Параметр мобільності характеризує середню частоту спектру потужності та визначається як відношення стандартного відхилення першої похідної сигналу до стандартного відхилення самого сигналу:

$$M_H(x) = \sqrt{\frac{Var[x']}{Var[x]}}, \quad (3.16)$$

де $Var[\cdot]$ – оператор дисперсії, x' – перша похідна сигналу.

Зростання мобільності свідчить про зміщення енергії вібрацій у бік вищих частот, що є характерним для деградаційних процесів у підшипниках кочення.

Показник Херста H слугує мірою персистентності часового ряду. Значення $0 < H < 0,5$ вказують на антиперсистентність (тенденцію до повернення до середнього), $H = 0.5$ відповідає випадковому блуканню, а $0.5 < H < 1$ свідчить про наявність довготривалої пам'яті у процесі. Така характеристика дозволяє розрізняти вібраційні процеси з різним ступенем автокореляції, що має діагностичне значення при аналізі технічного стану підшипників [118].

Фрактальний аналіз сигналу доповнюється розрахунком фрактальних розмірностей, які кількісно описують геометричну складність часового ряду. Метод Хігучі базується на побудові нових часових рядів шляхом проріджування вихідного сигналу з різним кроком k . З часового ряду $\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$ будується новий ряд [119]:

$$X_k^m = \{X_m, X_{m+k}, X_{m+2k}, \dots, X_{m+[(N-m)/k]k}\}, \quad (3.17)$$

де $m = 1, \dots, k$ вказує початковий відлік, а k – інтервал проріджування. Довжина кривої обчислюється як:

$$L_m(k) = \frac{1}{k} \left(\sum_{i=1}^{[(N-m)/k]} |X_{m+ik} - X_{m+(i-1)k}| \right) \frac{N-1}{[(N-m)/k]k} \quad (3.18)$$

Фрактальна розмірність за Хігучі визначається як нахил лінійної регресії залежності $\log L(k)$ від $\log(1/k)$. Цей метод є чутливим до зміни складності сигналу та не потребує попереднього вкладення часового ряду у фазовий простір.

Метод Петросяна використовує бінаризацію сигналу та аналіз кількості змін знаку похідної:

$$D_p = \frac{\log_{10} n}{\log_{10} n + \log_{10} \left(\frac{n}{n + 0,4N_\Delta} \right)}, \quad (3.19)$$

де n – довжина послідовності, N_Δ – кількість змін знаку у бінаризованій послідовності. Перевагою цього методу є низька обчислювальна складність та стійкість до шуму.

Фрактальна розмірність за Кацом обчислюється через відношення загальної довжини хвильової форми до максимальної відстані:

$$D_K = \frac{\log_{10} n}{\log_{10}(d/L) + \log_{10} n}, \quad (3.20)$$

де L – загальна довжина кривої, d – максимальна відстань від першої точки до будь-якої іншої точки ряду, n – кількість відліків. Сукупність фрактальних розмірностей, обчислених різними методами, дає можливість охарактеризувати геометричну складність вібраційного сигналу з різних позицій, що підвищує інформативність простору ознак.

Для виявлення періодичних складових, що є прямими ознаками дефектів підшипників, здійснено перехід від часового представлення сигналу до частотного за допомогою швидкого перетворення Фур'є (FFT). Спектральний аналіз дозволяє ідентифікувати характерні частоти, пов'язані з дефектами окремих елементів підшипника: зовнішнього та внутрішнього кілець, тіл кочення та сепаратора. Пряме дискретне перетворення Фур'є (DFT) послідовності $\{x_n\}$, $n = 0, \dots, N - 1$ у послідовність $\{X_k\}$, $k = 0, \dots, N - 1$ визначається формулою:

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-\frac{2\pi jnk}{N}} = \sum_{n=0}^{N-1} x_n W^{-nk}, \quad (3.21)$$

де N – кількість компонентів розкладання, n – номер відліку дискретизованого сигналу, $W = e^{j2\pi/N}$ – поворотний коефіцієнт. Класичне DFT вимагає обчислювальних ресурсів порядку $O(N^2)$, тому застосовано оптимізовані алгоритми FFT за основою 2 (Radix-2 FFT) зі складністю $O(N \log_2 N)$ [120].

При проріджуванні за часом вихідна послідовність розділяється на підпослідовності з парними та непарними індексами. Результати об'єднуються за допомогою базової операції «метелик», яка включає комплексне множення на поворотні коефіцієнти та парне додавання і віднімання. При проріджуванні за частотою операції «метелик» визначаються формулами:

$$X = A + B \quad (3.22)$$

$$Y = (A - B) \cdot W_N^{-k}, \quad (3.23)$$

де A та B – вхідні значення пари відліків, W_N^{-k} – поворотний коефіцієнт відповідного порядку. Рекурсивне застосування операції «метелик» забезпечує перехід від обчислювальної складності $O(N^2)$ до $O(N \log_2 N)$. Спектральні представлення сигналів віброприскорень для типових технічних станів підшипників наведено на рис. 3.5.

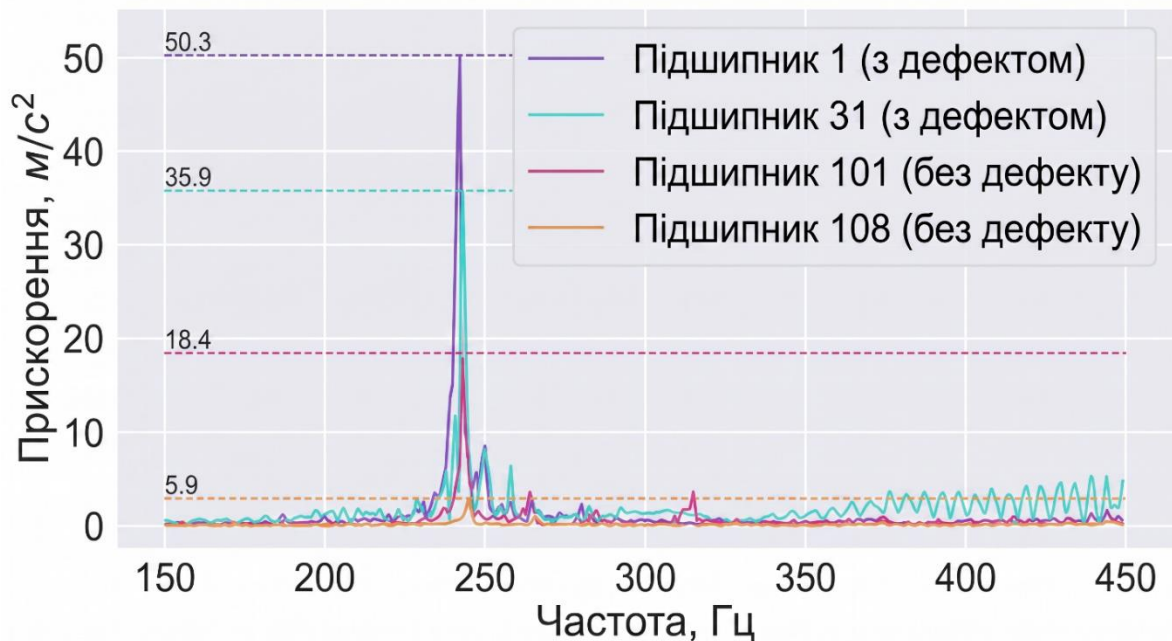


Рисунок 3.5 – Спектр віброприскорень підшипників різного технічного стану вздовж осі Y

Отриманий спектральний сигнал обробляється аналогічно до часового ряду: для нього розраховуються статистичні моменти, ентропійні показники та інші описові функції, описані вище. Це дозволяє подвоїти кількість ознак, надаючи моделі машинного навчання інформацію не лише про динаміку зміни амплітуд у часі, але й про структуру частотного розподілу енергії вібрацій.

Окремим аспектом формування простору ознак є створення репрезентативних ділянок сигналу для забезпечення інваріантності класифікації до конструктивних параметрів підшипника та режиму роботи установки.

Проблема полягає в тому, що сигнали, отримані від підшипників різного типорозміру або за різних умов експлуатації, мають відмінні частотні та амплітудні характеристики, що ускладнює побудову узагальненого класифікатора. Для подолання цього обмеження розроблено алгоритм уніфікації сигналів, що базується на нормуванні відносно фізичних параметрів підшипника.

Алгоритм формування уніфікованих ділянок включає наступні етапи:

- 1) виділення сегментів сигналу за допомогою ковзного вікна з перекриттям;
- 2) перехід у частотну область, де здійснюється фільтрація з відсіканням частотних складових, що перевищують 10-кратну частоту обертання валу;
- 3) відновлення сигналу у часовій області з нормуванням довжини фрагмента на фіксовану кількість періодів обертання валу (10 повних обертів);
- 4) масштабування амплітуд шляхом ділення на діаметр орбіти тіл кочення;
- 5) інтерполяція отриманого уніфікованого сигналу до фіксованої кількості точок (2048 відліків).

Фільтрація з відсіканням на рівні 10-кратної частоти обертання валу дозволяє зберегти діагностично інформативні складові, пов'язані з основними характерними частотами підшипника, та виключити високочастотний шум. Нормування довжини фрагмента на фіксовану кількість обертів валу та масштабування амплітуд діаметром орбіти тіл кочення забезпечують незалежність отриманих ділянок від конкретних геометричних та кінематичних параметрів установки. Приклади ділянок необроблених і фільтрованих сигналів зображено на рис. 3.6.

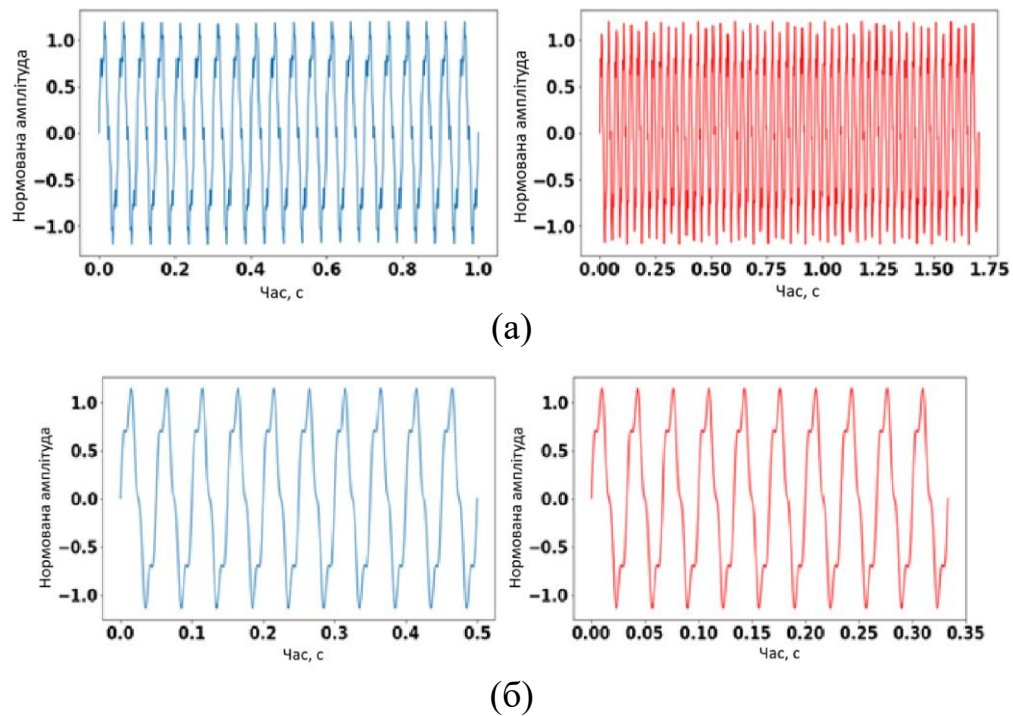


Рисунок 3.6 – Сигнали віброприскорень після FFT-фільтрації (а) та після виділення 10 періодів обертання валу (б); зліва – швидкість валу 20 Гц, справа – 30 Гц

Зазначений алгоритм також дає можливість генерувати збалансовану вибірку для побудови математичної моделі шляхом варіювання кроку розбиття початкового сигналу. Перевага цього підходу над класичними методами копіювання чи видалення прикладів полягає у створенні нових об'єктів, які уточнюють статистичні параметри генеральної сукупності, а не дублюють вже існуючі спостереження.

Описаний комплексний підхід до формування простору ознак, що поєднує робастну статистику, ентропійний та фрактальний аналіз, спектральні перетворення та методи уніфікації сигналів, створює основу для побудови моделей діагностики технічного стану, здатних працювати з даними з різних експериментальних установок та за різних режимів експлуатації.

3.3 Моделювання згорткової нейронної мережі зі змінними факторами дилатації

Штучні нейронні мережі належать до окремого класу алгоритмів побудови математичних моделей, що використовуються для обробки даних з великою кількістю параметрів: зображень, звуку тощо. На відміну від класичних підходів до вібродіагностики, які потребують попереднього формування простору ознак на основі експертних знань, нейронні мережі здатні автоматично виявляти складні патерни у комплексних даних, приймаючи на вхід безпосередньо числове представлення сигналу. Перевагою такого підходу є усунення потреби в евристичному формуванні простору ознак для задач класифікації технічного стану підшипників кочення за сигналами віброприскорення. Водночас вектор параметрів нейронних мереж є значно більшим за вектори параметрів класичних алгоритмів, що створює певні обмеження щодо ресурсоемності оптимізації.

Досліджено можливість бінарної класифікації обробленого сигналу за допомогою архітектури нейронної мережі, близької до архітектури WaveNet [48], що початково була створена для генерації звуку. Це згорткова нейронна мережа, де шари мають різні фактори дилатації та дозволяють її рецептивному полю зростати експоненційно з переходом до більш глибоких шарів та покривати тисячі часових відрізків [121]. Особливістю даного підходу є використання змінних факторів дилатації у згорткових ядрах, що забезпечує мультимасштабний аналіз вібраційних сигналів.

На відміну від стандартної дискретної згортки, операція згортки з дилатацією вводить параметр розрідження d , який визначає крок вибірки вхідних елементів. Для одновимірного вхідного сигналу x_i та фільтра w_k довжини K , вихідний сигнал y_i обчислюється за формулою:

$$y_i = \sum_{k=1}^K x_{i+d \cdot k} \cdot w_k, \quad (3.24)$$

де d – фактор дилатації. При $d = 1$ операція еквівалентна стандартній згортці. При $d > 1$ рецептивне поле фільтра розширюється без збільшення кількості ваг, що навчаються. Ефективний розмір рецептивного поля R для шару з розміром ядра K та дилатацією d визначається як:

$$R = (K - 1) \cdot d + 1 \quad (3.25)$$

Застосування змінних факторів дилатації у послідовних шарах мережі ($d = 1, 2, 4, 8, 16, 32$) дозволяє побудувати ієрархічну систему ознак, де початкові шари фокусуються на детальному аналізі мікроструктури сигналу, а глибші шари інтегрують цю інформацію у ширшому часовому контексті, забезпечуючи інваріантність до масштабу подій [3]. Принцип роботи дилатованих згорток проілюстровано на рис. 3.7.

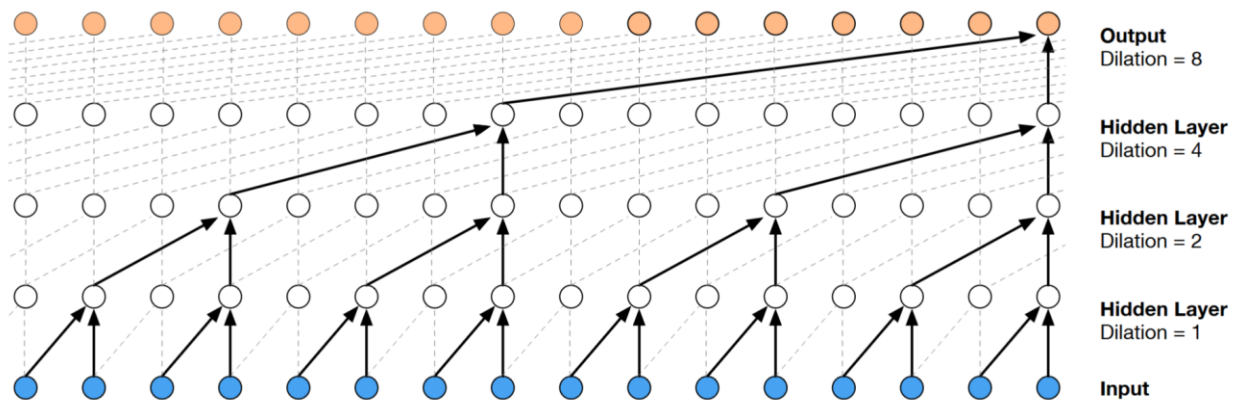


Рисунок 3.7 – Принцип роботи WaveNet із змінними коефіцієнтами дилатації згорткових шарів

(Зображення запозичене з роботи [48])

Для забезпечення узагальнюючої здатності моделі вхідні сигнали попередньо обробляються за алгоритмом уніфікації, описаним у підрозділі 3.2,

що трансформує різномірні часові реалізації у стандартизований простір ознак фіксованої розмірності 2048 точок.

Перекриття при семплюванні дозволяє формувати збалансовану вибірку: для позитивних прикладів (нові підшипники), частка яких у вихідному наборі становить $\sim 10\%$, крок зсуву було зменшено у 8 разів порівняно з негативними прикладами, що пропорційно вирівняло кількість прикладів обох класів. Загальний обсяг навчальної вибірки після балансування – 6720 прикладів.

Розроблена архітектура базується на модифікованій структурі згорткової нейронної мережі WaveNet та складається з послідовно з'єднаних обчислювальних блоків. Використовувались 6 шарів згортки, відповідно до 6 факторів дилатації: 1, 2, 4, 8, 16, 32. Хоча ця мережа є згортковою, фактичної згортки сигналів до меншої розмірності не відбувається – розмір ковзного вікна підібраний так, щоб довжина сигналу не змінювалася при проході через шари. Таким чином, усі згорткові шари приймають сигнали розмірністю 2×2048 (два канали – для осі Y підшипника з потенційним дефектом та осі Y підшипника без дефекту). Загальна розмірність вибірки складає $1996 \times 2048 \times 2$. Схему архітектури мережі, що ілюструє послідовність згорткових шарів зі змінною дилатацією, шарів розгладжування та повнозв'язних шарів, представлено на рис. 3.8.

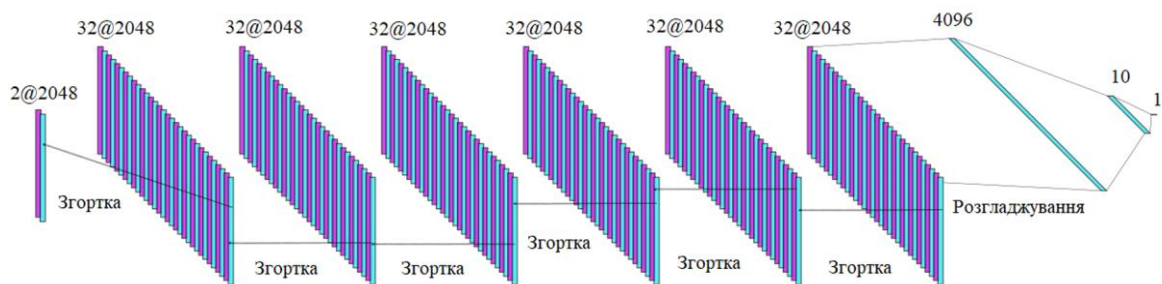


Рисунок 3.8 – Архітектура запропонованої згорткової нейронної мережі зі змінними коефіцієнтами дилатації

Архітектура містить вхідний шар розмірністю $X \times 2048 \times 2$, шість згорткових шарів зі змінною дилатацією (кожен з яких зберігає розмірність

$X \times 2048 \times 32$), додатковий згортковий шар для зменшення глибини ($X \times 2048 \times 1$), шар розгладжування ($X \times 4096$), повнозв'язний шар ($X \times 10$), шар виключення та вихідний повнозв'язний шар з одним нейроном. Детальна специфікація шарів мережі та кількість параметрів наведені у табл. 3.5. Загальна кількість параметрів моделі складає 31094. Модель не включає батч-нормалізацію, тому у ній немає константних параметрів.

Таблиця 3.5 – Шари нейронної мережі

Назва шару	Розмір вихідного тензора	Кількість параметрів
Вхідний шар	$X \times 2048 \times 2$	0
Згортка №1 (d=1)	$X \times 2048 \times 32$	160
Згортка №2 (d=2)	$X \times 2048 \times 32$	2080
Згортка №3 (d=4)	$X \times 2048 \times 32$	2080
Згортка №4 (d=8)	$X \times 2048 \times 32$	2080
Згортка №5 (d=16)	$X \times 2048 \times 32$	2080
Згортка №6 (d=32)	$X \times 2048 \times 32$	2080
Згортка №7	$X \times 2048 \times 1$	33
Розгладжування	$X \times 4096$	0
Повнозв'язний шар №1	$X \times 10$	20490
Виключення	$X \times 10$	0
Повнозв'язний шар №2	$X \times 1$	11

Описаний підхід відрізняється від класичної згорткової архітектури передусім більшим рецептивним полем при меншій кількості параметрів (31 тисяча проти 67 тисяч у моделі без дилатації), що зменшує ймовірність

перенавчання. Додатковим чинником стабілізації навчання є попереднє згладжування сигналів та використання збалансованої вибірки.

Задачу класифікації сформульовано як задачу мінімізації бінарної перехресної ентропії, яка забезпечує штрафування за впевнені, але помилкові передбачення:

$$L = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i \ln \hat{y}_i + (1 - y_i) \ln(1 - \hat{y}_i)), \quad (3.26)$$

де y_i – істинна мітка класу (0 або 1), \hat{y}_i – передбачена моделлю ймовірність, N – розмір вибірки. Вихідний шар містить один нейрон з сигмоїдальною функцією активації:

$$\text{sigmoid}(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}, \quad (3.27)$$

що забезпечує отримання на виході значення ймовірності $P(y = 1 | x) \in [0,1]$, яке інтерпретується як ймовірність наявності дефекту. У проміжних згорткових шарах використано вентильну лінійну функцію активації GELU (Gaussian Error Linear Unit):

$$\text{GELU}(x) = 0,5x(1 + \text{erf}(x/\sqrt{2})), \quad (3.28)$$

де $\text{erf}(\cdot)$ – функція помилок Гауса. На відміну від ReLU, GELU забезпечує плавний перехід між активними та неактивними областями, що сприяє стабілізації градієнтів при навчанні глибоких мереж. Результати оцінки ефективності цієї архітектури, включаючи порівняння з класичними моделями та аналіз генералізуючої здатності, наведено у п. 3.4.

3.4 Результати вібродіагностики

Оцінка ефективності запропонованих діагностичних моделей базується на результатах серії обчислювальних експериментів, метою яких була перевірка інформативності кумулятивних ознак віброприскорення та валідація здатності алгоритмів до виявлення патернів деградації у сигналі. Для забезпечення об'єктивності результатів в умовах обмеженої вибірки та дисбалансу класів як основну метрику якості обрано F1-міру, що є гармонійним середнім між влучністю P (precision) та повнотою R (recall):

$$F_1 = \frac{2PR}{P + R}, \quad (3.29)$$

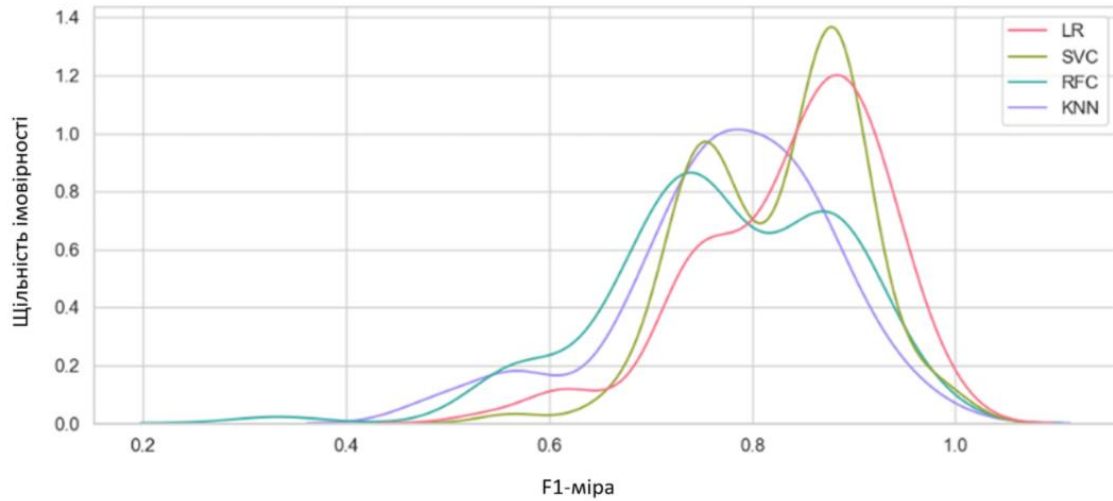
де P – частка правильно класифікованих позитивних прикладів серед усіх прикладів, класифікованих як позитивні; R – частка правильно класифікованих позитивних прикладів серед усіх дійсно позитивних прикладів. Цей показник дозволяє нівелювати вплив переважаючого класу та фокусуватися на здатності моделі ідентифікувати дефекти.

На першому етапі перевірялася роздільна здатність недетермінованих математичних моделей у межах одного експериментального набору даних. Було протестовано чотири алгоритми: логістична регресія (LR), SVM, випадковий ліс (RF) та метод k -найближчих сусідів (KNN). Для отримання стійких статистичних оцінок застосовувалася процедура бутстреп-валідації зі 100 ітераціями. З початкової вибірки формувалися 100 навчальних підвибірок утримуванням елементів з поверненням, де кожна навчальна підвибірка складала близько 63% від початкового набору даних, а решта 37% утворювали відкладену підвибірку для перевірки. Це дозволило аналізувати не точкові оцінки, а розподіли значень метрик.

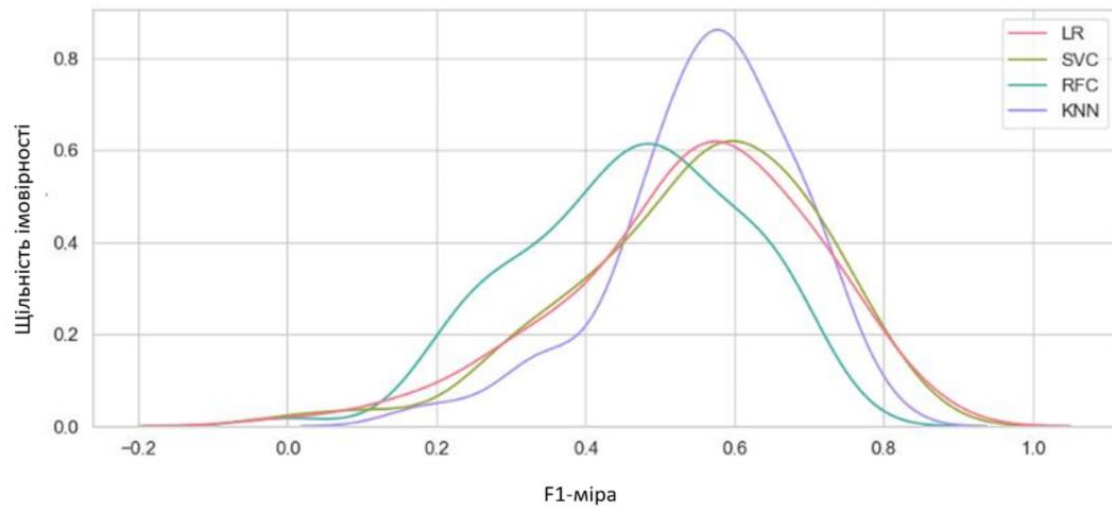
Для якісної оцінки результатів було проведено контрольний чисельний експеримент методом Монте-Карло. Для кожної з 100 пар підвбірок $M = 1000$ разів генерувалися випадкові прогнози за бінарним розподілом, після чого обчислювалася F1-міра між кожним випадково згенерованим прогнозом та відповідним вектором істинних відповідей. За центральною граничною теоремою розподіл середніх значень F1-міри описується нормальним законом. Порівнюючи 99-й квантиль цього розподілу з медіанним значенням метрики класифікатора, було зроблено висновок про статистичну значущість результатів. Для досліджуваної структури класів (12 позитивних та 100 негативних прикладів) поріг випадкового вгадування склав 12.5%. Розподіли F1-міри для 100 бутстрепованих підвбірок наведено на рис. 3.9; розподіл середніх значень F1-міри, отриманий методом Монте-Карло, – на рис. 3.10; зведені середні значення метрик на власному наборі – на рис. 3.11.

Результати моделювання показали залежність якості класифікації від обраного простору ознак. Порівняльний аналіз чотирьох наборів ознак (побудованих за сигналом, за спектром, за сигналом та спектром однієї осі, за сигналом та спектром усіх осей) виявив, що моделі, навчені на статистичних характеристиках сигналу у часовій області, демонструють найвищу ефективність. Медіанне значення F1-міри для логістичної регресії та методу опорних векторів на часових ознаках досягло рівня 0.84. Це свідчить про те, що для ідентифікації макродефектів підшипників в умовах змінного навантаження статистичні моменти розподілу віброприскорення (асиметрія, ексцес, ентропія) несуть більше діагностичної інформації, ніж спектральні складові. Додатково було проведено аналогічні експерименти на зовнішніх наборах даних Cesar №1 та Cesar №2, де перевірявся вплив різних методів попереднього масштабування сигналу на якість класифікації в межах одного набору даних. Результати показали, що усі чотири методи масштабування (без масштабування, Z-нормалізація, масштабування до діапазону $[-1, 1]$ та робастне масштабування)

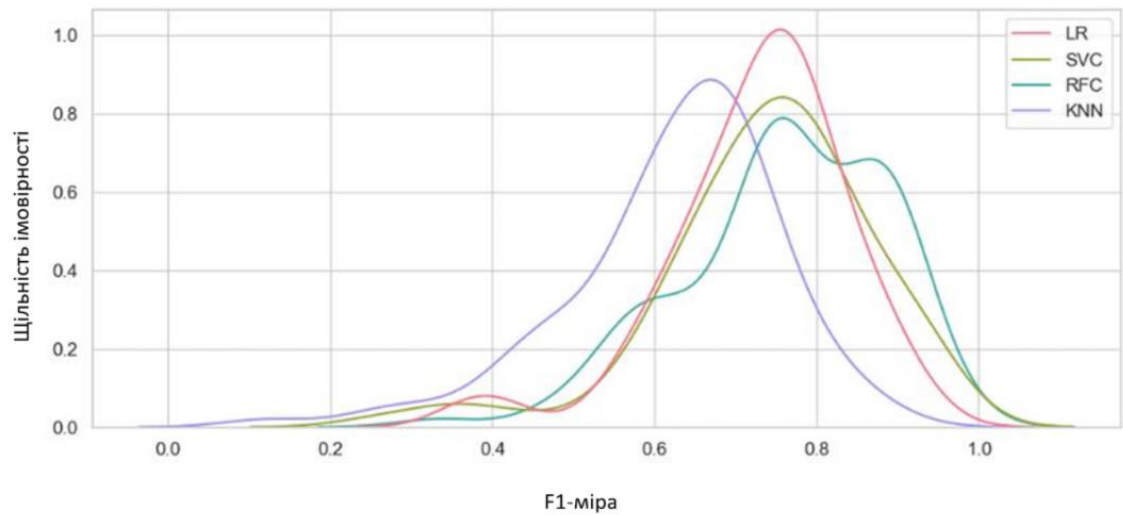
забезпечують порівнянню якості класифікації з точністю до 1%, що підтверджує відсутність негативного впливу попереднього масштабування на інформативність кумулятивних ознак.



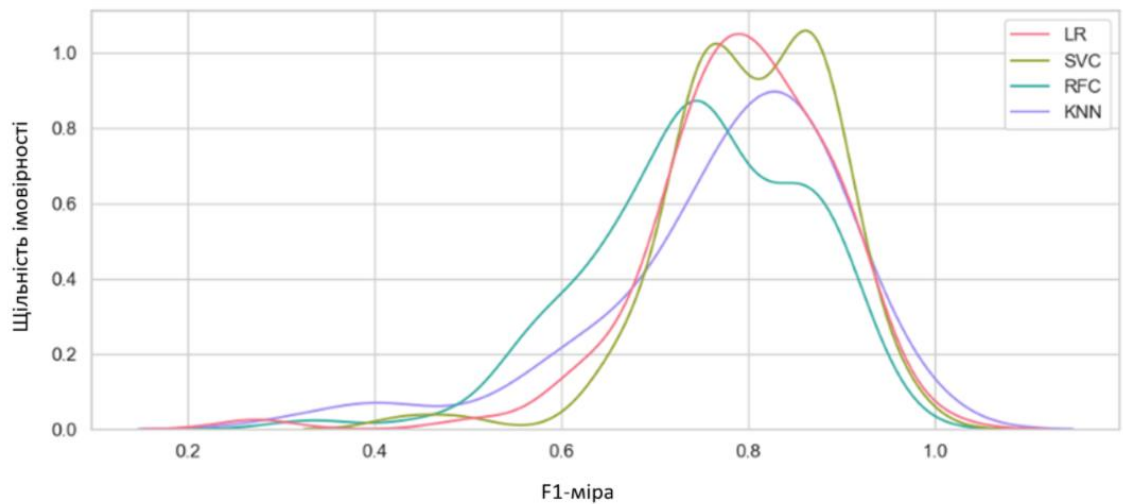
а – За сигналом



б – За спектром



в – За сигналом та спектром, вісь Y



г – За сигналом та спектром, всі вісі

Рисунок 3.9 – Розподіли F1-міри для 100 бутстрепованих підвибірок власного набору даних: а – за сигналом; б – за спектром; в – за сигналом та спектром, вісь Y; г – за сигналом та спектром, усі вісі

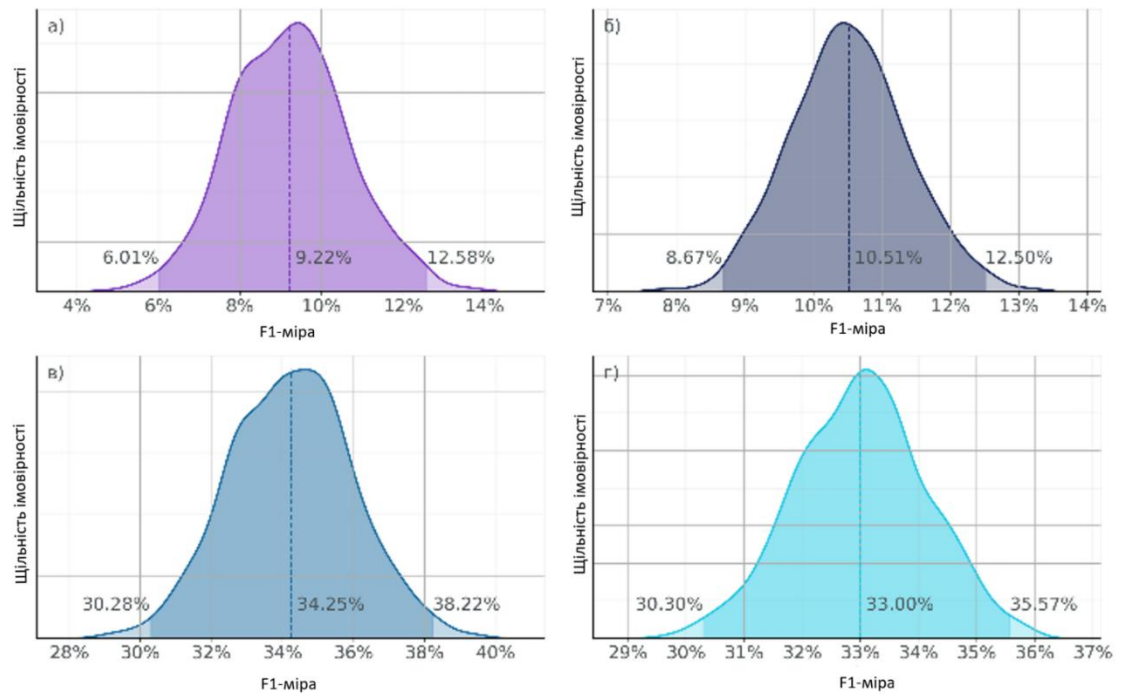
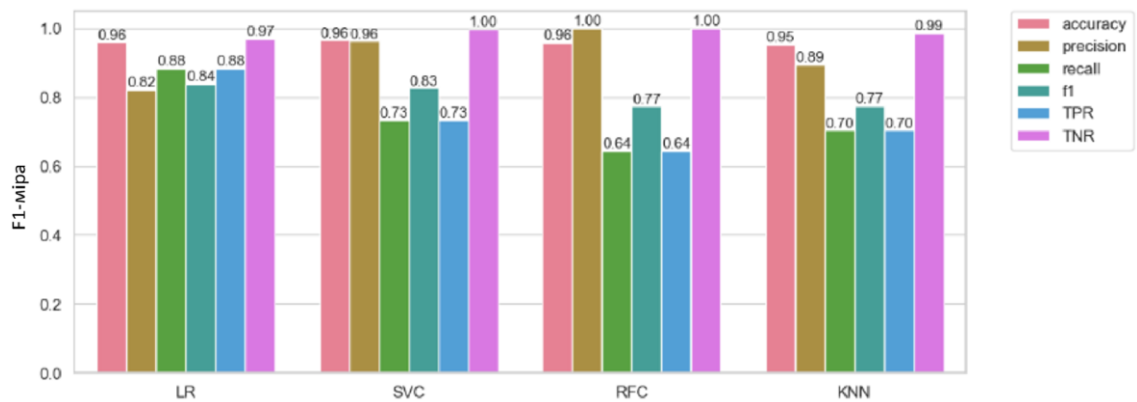
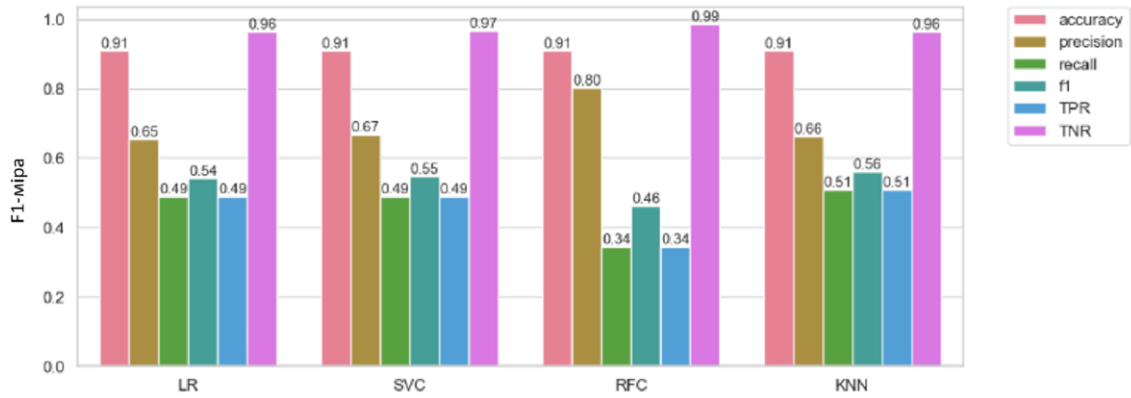


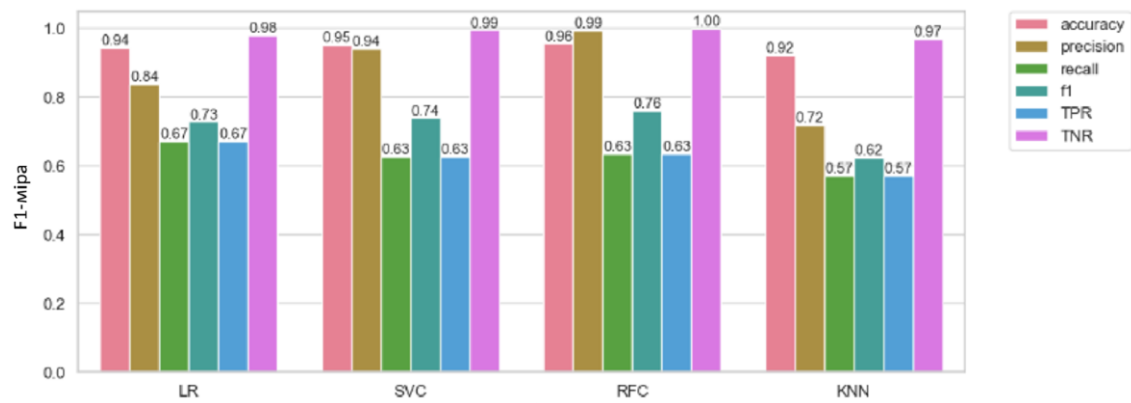
Рисунок 3.10 – Розподіл середніх значень F1-міри, отриманий методом Монте-Карло, для власного набору даних



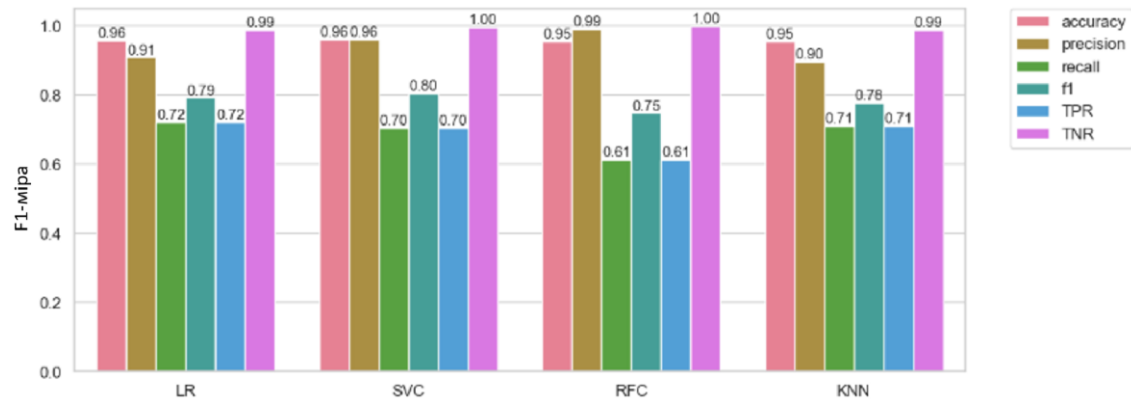
а – За сигналом



б – За спектром



в – За сигналом та спектром, вісь Y



г – За сигналом та спектром, всі вісі

Рисунок 3.11 – Середні значення метрик на власному наборі даних

У табл. 3.6 наведено зведені результати ефективності моделей на власному наборі даних для різних просторів ознак, усереднені за 100 ітераціями бутстрепа.

Таблиця 3.6 – Ефективність моделей для різних просторів ознак (F1-міра)

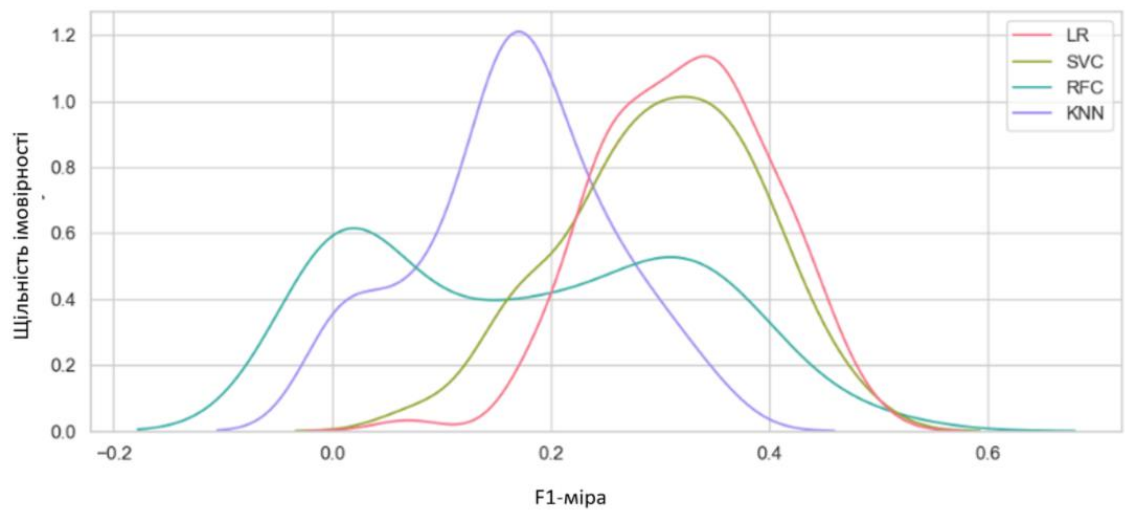
Модель	За сигналом	За спектром	Сигнал+спектр, Y	Сигнал+спектр, всі вісі
LR	0.84	0.42	0.78	0.84
SVM	0.84	0.45	0.81	0.84
RF	0.79	0.48	0.76	0.79
KNN	0.75	0.38	0.72	0.75

Моделі, побудовані на основі спектральних даних (після швидкого перетворення Фур'є), показали нижчі результати (F1 у діапазоні 0.38-0.48). Це пояснюється втратою фазової інформації при переході до частотного домену та недостатньою роздільною здатністю спектру на коротких вікнах вибірки для виділення характерних кінематичних частот дефектів. Таким чином, гіпотеза про доцільність використання простих статистичних ознак для первинної експрес-діагностики знайшла експериментальне підтвердження.

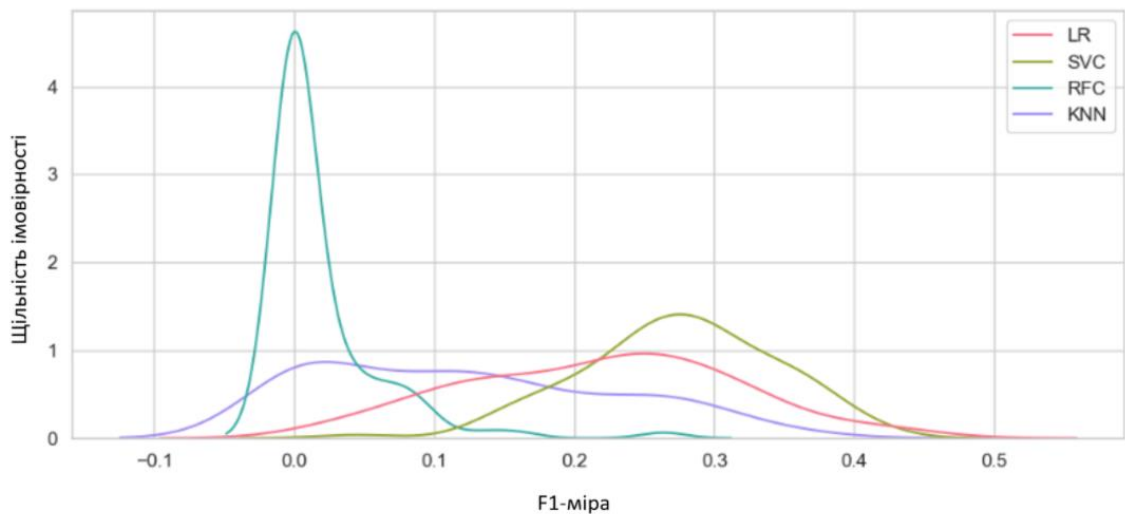
Наступним етапом стала перевірка здатності розроблених моделей до генералізації, тобто коректної класифікації станів підшипників, дані про які не використовувалися на етапі навчання і були отримані з інших експериментальних установок. Для цього було використано перехресне тестування між власним набором даних та загальнодоступними наборами Cesar №1 та Cesar №2, які є стандартом для верифікації алгоритмів діагностики.

Перехресна валідація проводилась у двох напрямках: навчання на власному наборі з тестуванням на зовнішньому та навчання на зовнішньому з тестуванням на власному. Прямий перенос моделей без адаптації показав зниження метрик якості, що є очікуваним наслідком відмінностей у резонансних характеристиках стендів, типах датчиків та режимах навантаження. Для нівелювання цього ефекту було досліджено вплив чотирьох стратегій попередньої обробки: без

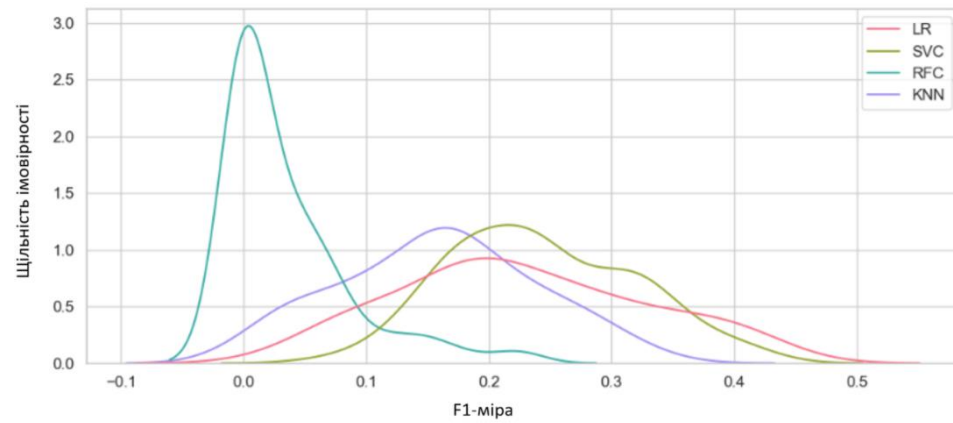
масштабування, Z-нормалізація, масштабування до діапазону $[-1, 1]$ та робастне масштабування. Розподіли F1-міри для перехресної валідації з набором Cesar №1 представлено на рис. 3.12 (навчання на власному наборі, оцінка на зовнішньому) та рис. 3.13 (навчання на зовнішньому, оцінка на власному наборі). Аналогічні результати для набору Cesar №2 наведено на рис. 3.16 та рис. 3.17 відповідно. Середні значення метрик для комбінацій з набором Cesar №1 представлено на рис. 3.14 та 3.15 (навчання на власному наборі та на Cesar №1 відповідно), для набору Cesar №2 – на рис. 3.18 та рис. 3.19.



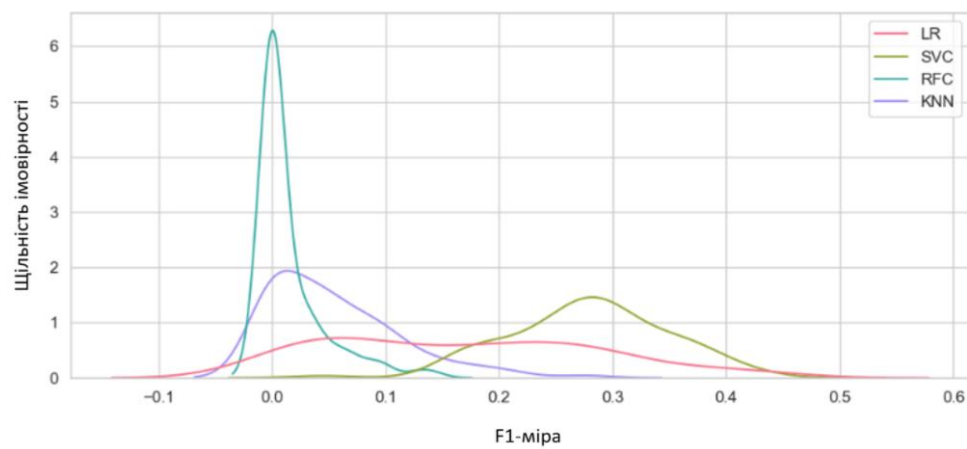
а – без масштабування



б – масштабування Z-значенням

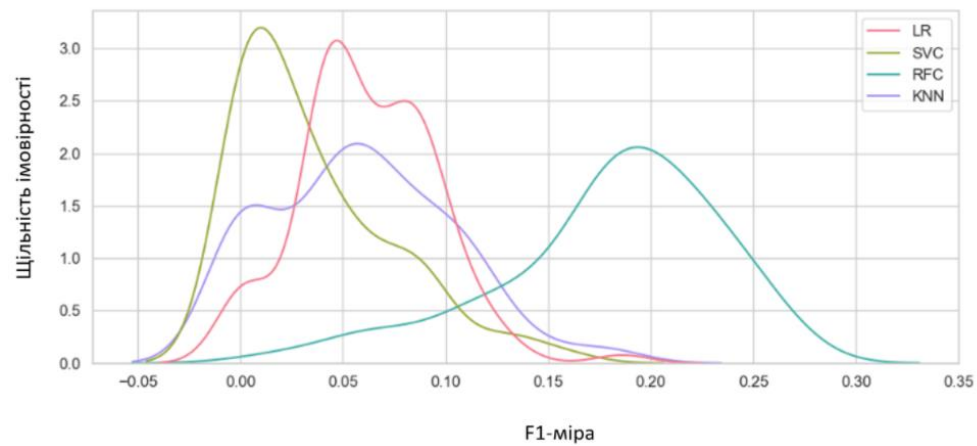


в – масштабування від -1 до 1

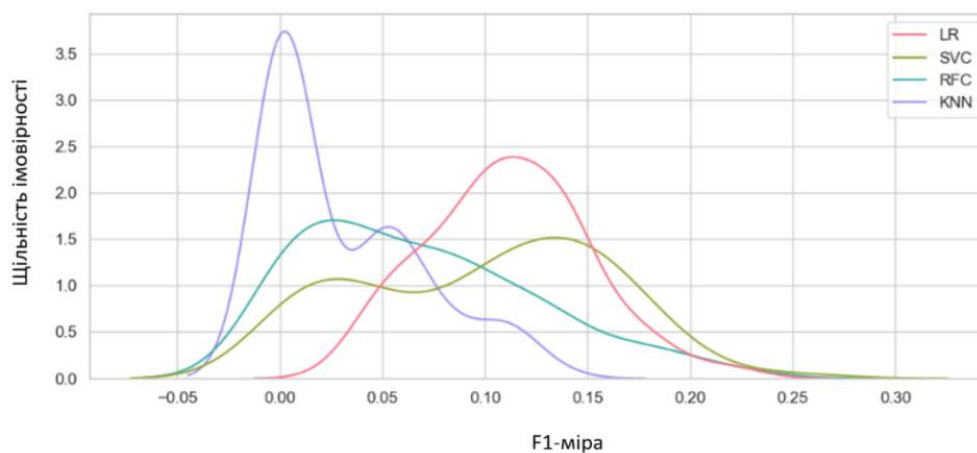


г – робастне масштабування

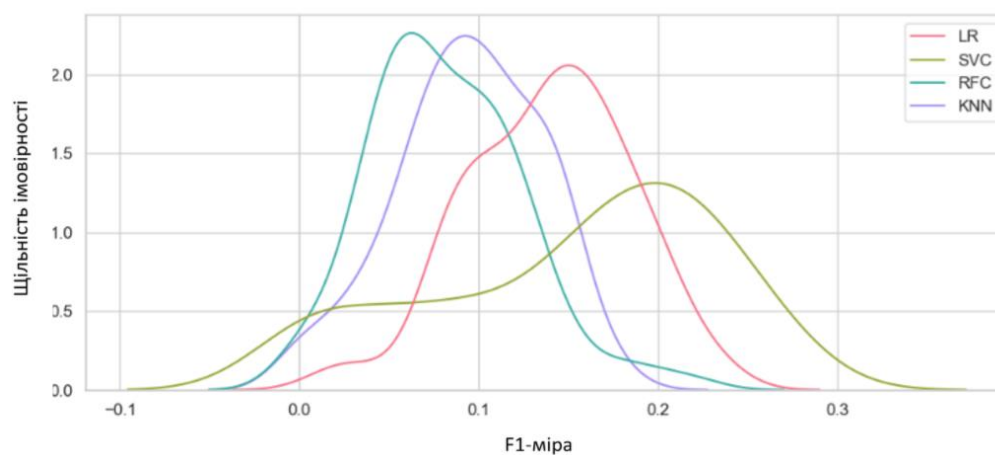
Рисунок 3.12 – Розподіл F1-міри. Навчання на власному наборі даних, оцінка на Cesar №1



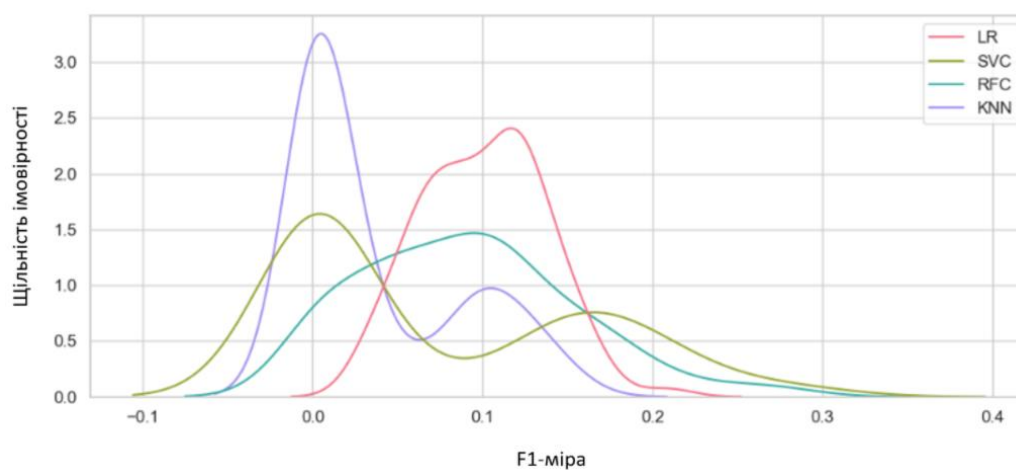
а – без масштабування



б – масштабування Z-значенням

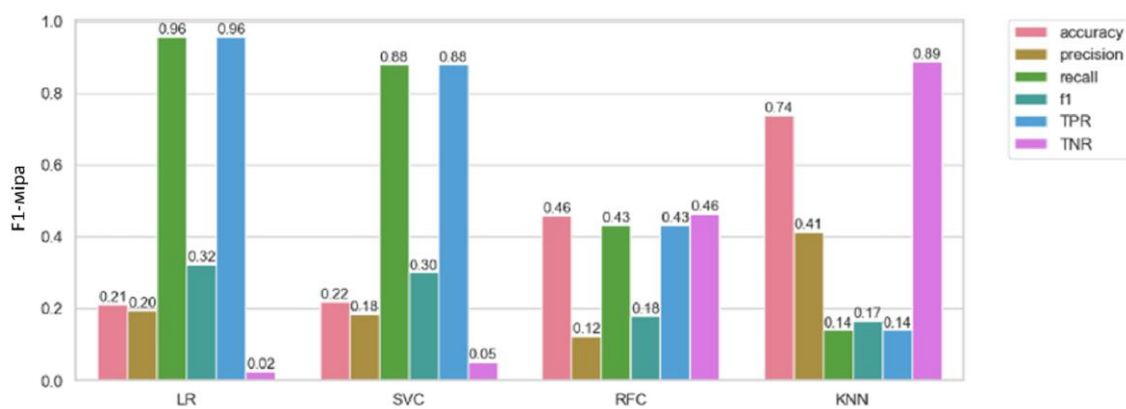


в – масштабування від -1 до 1

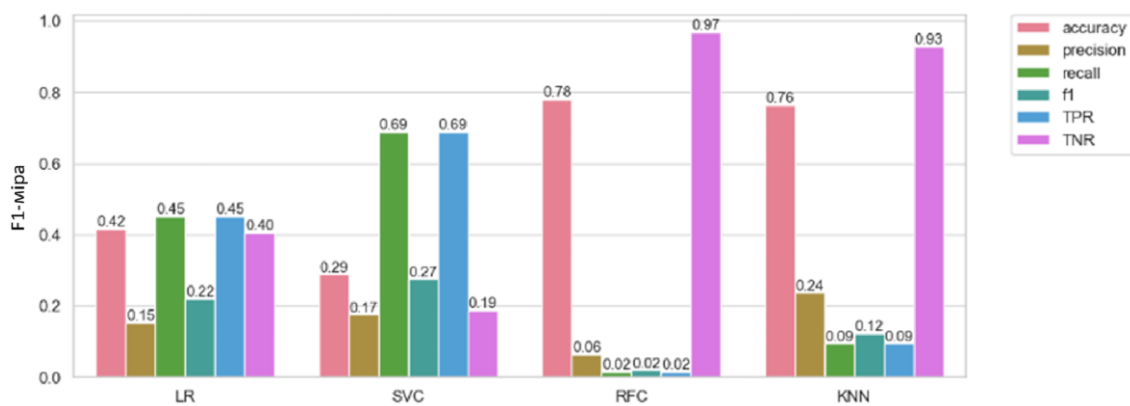


г – робастне масштабування

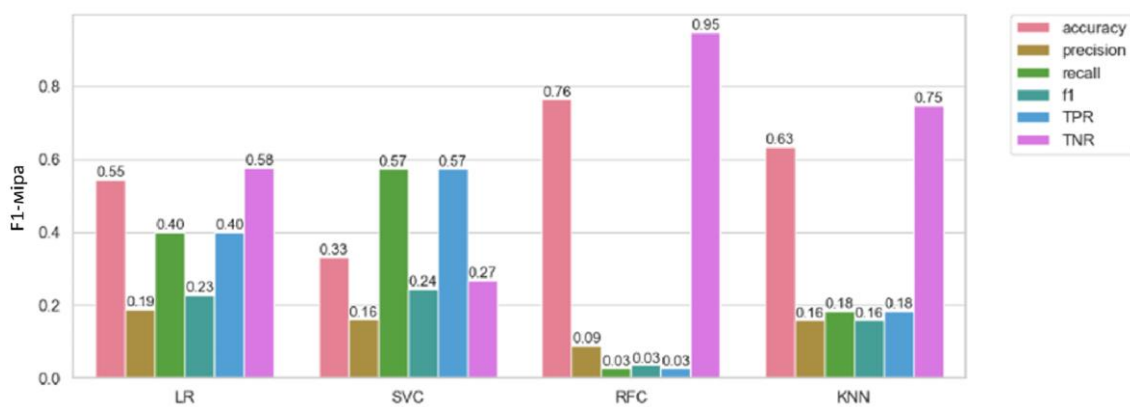
Рисунок 3.13 – Розподіл F1-міри. Навчання на Cesar №1, оцінка на власному наборі даних



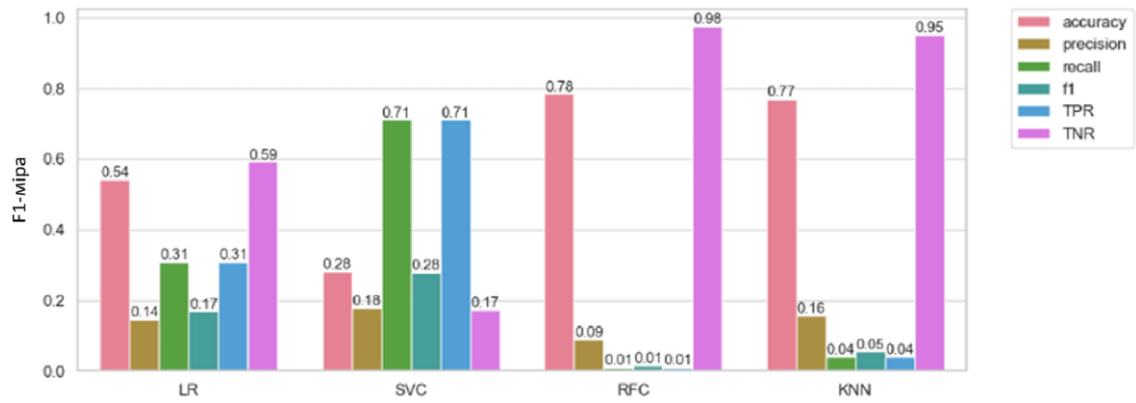
а – без масштабування



б – масштабування Z-значенням

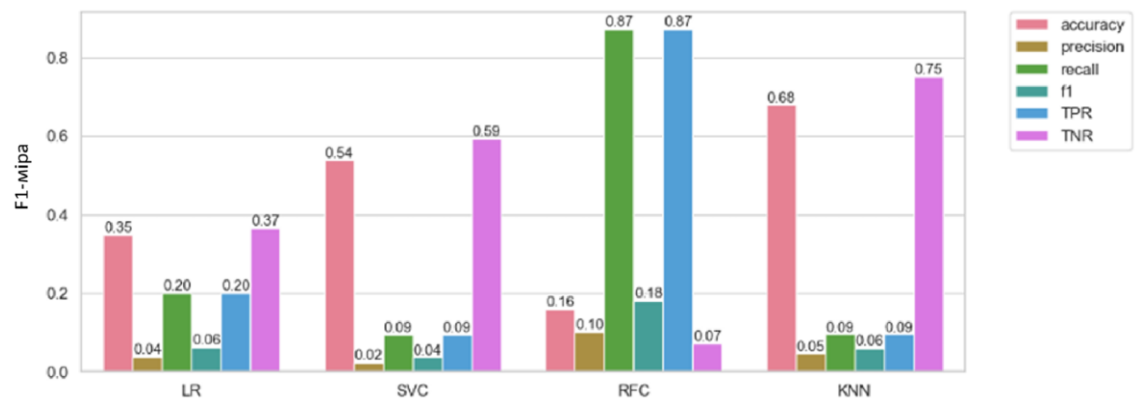


в – масштабування від -1 до 1

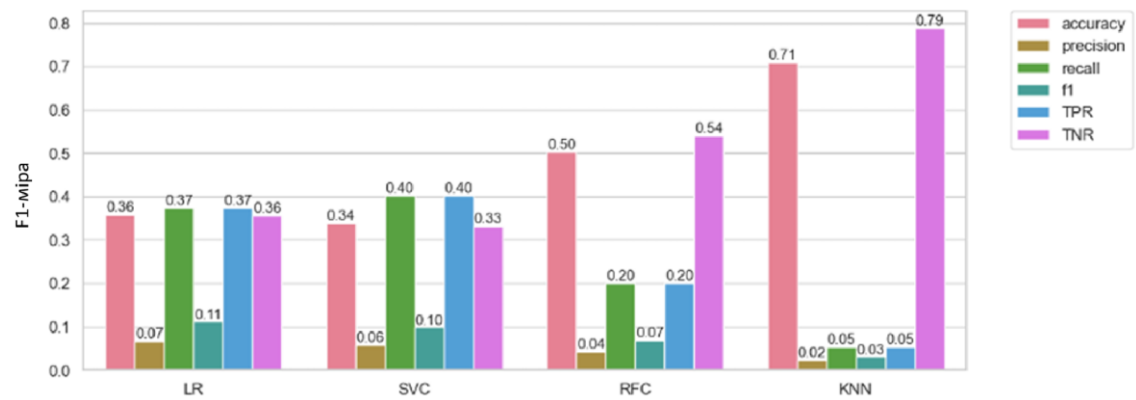


г – робастне масштабування

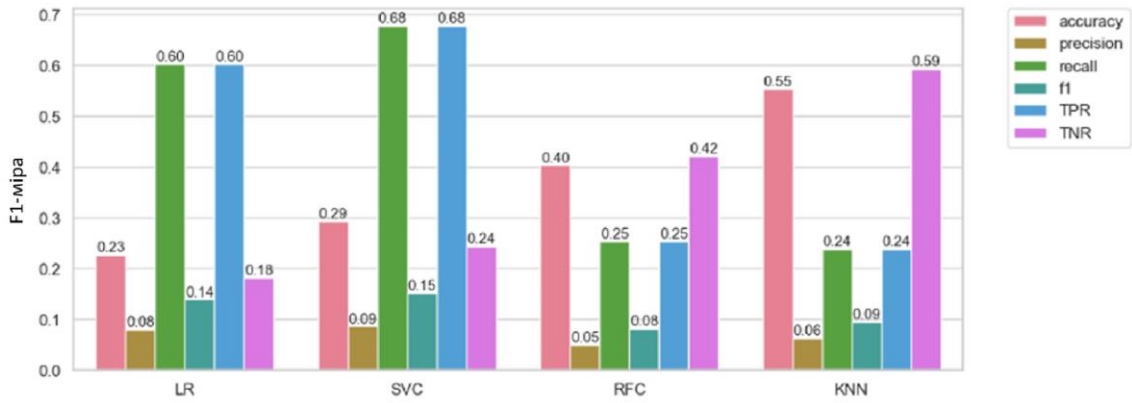
Рисунок 3.14 – Середні значення метрик. Навчання на власному наборі даних, оцінка на Cesar №1



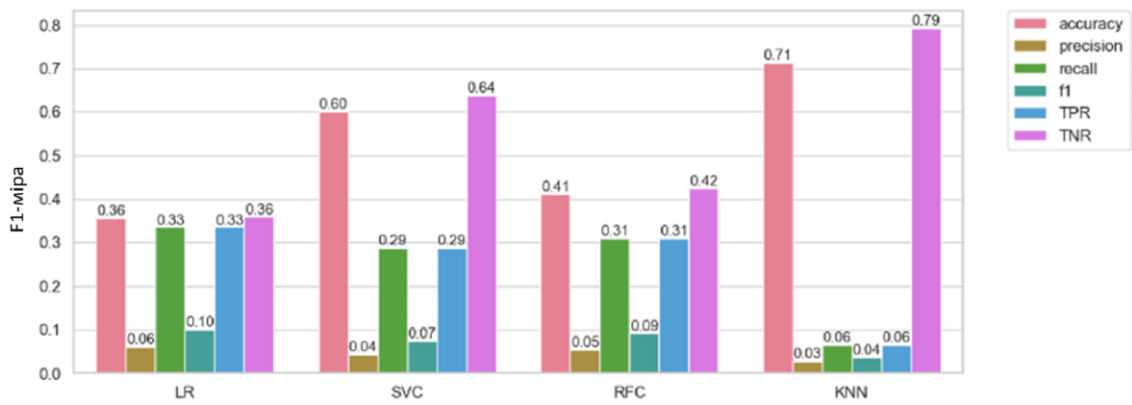
а – без масштабування



б – масштабування Z-значенням

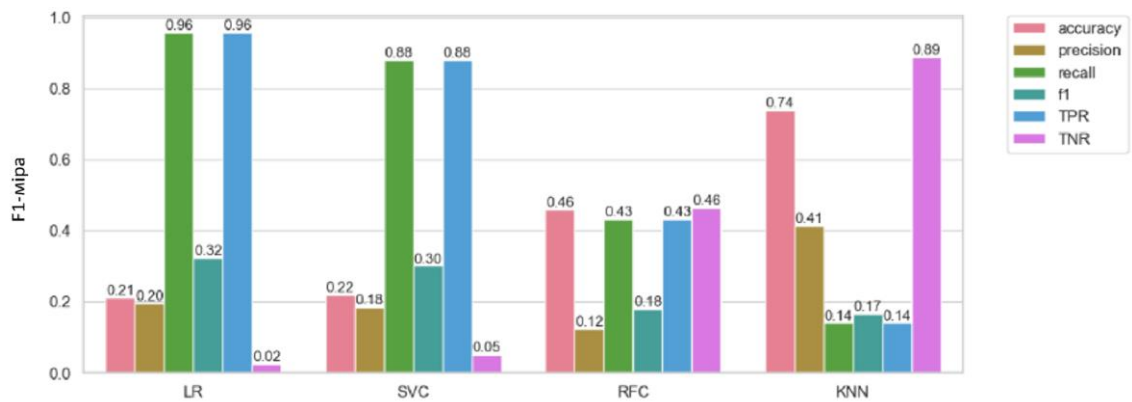


в – масштабування від -1 до 1

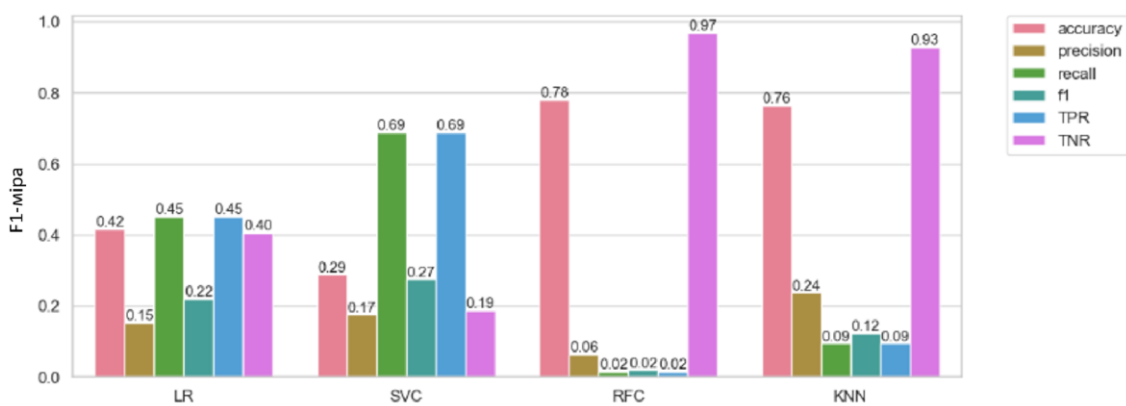


г – робастне масштабування

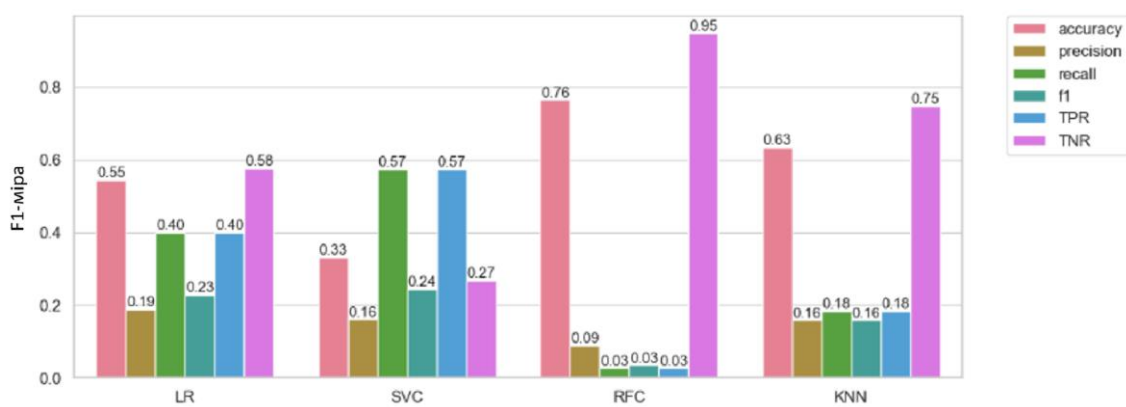
Рисунок 3.15 – Середні значення метрик. Навчання на Cesar №1, оцінка на власному наборі даних



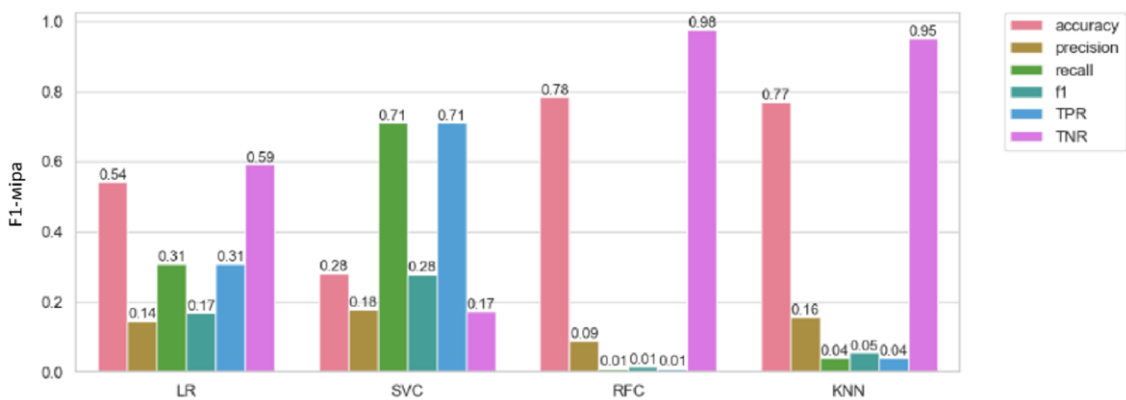
а – без масштабування



б – масштабування Z-значенням

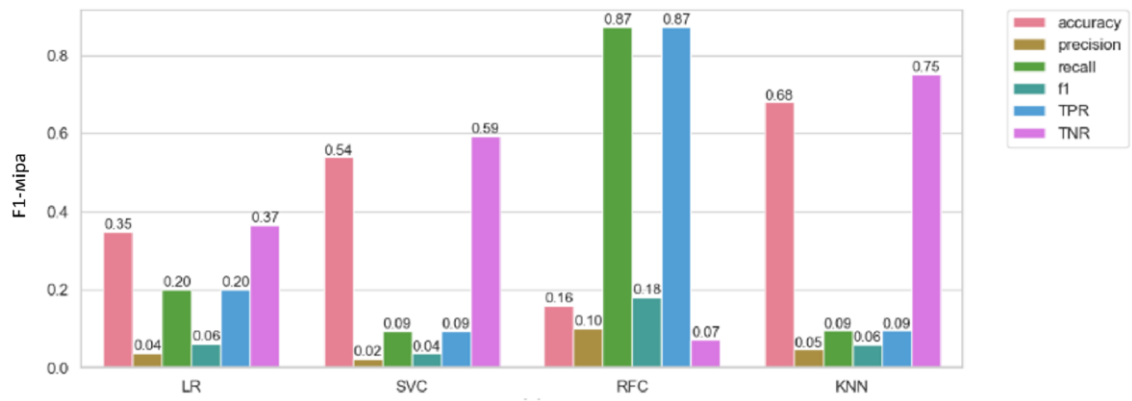


в – масштабування від -1 до 1

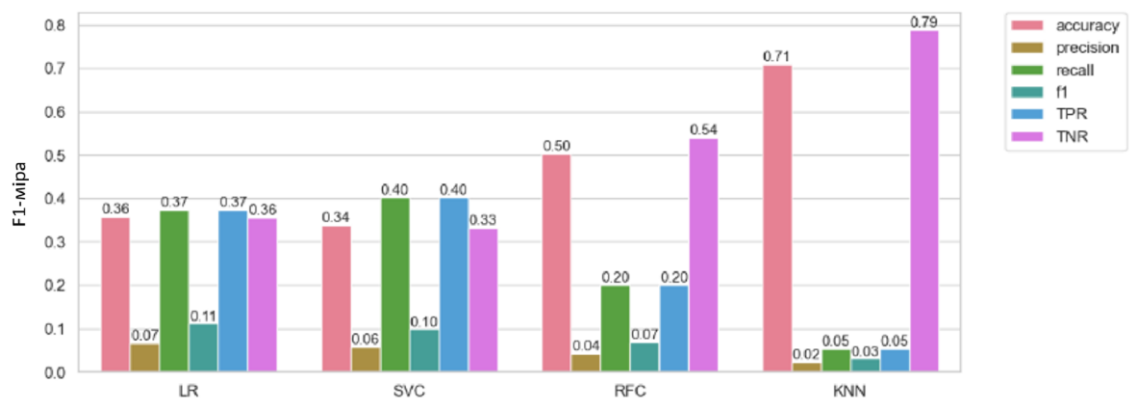


г – робастне масштабування

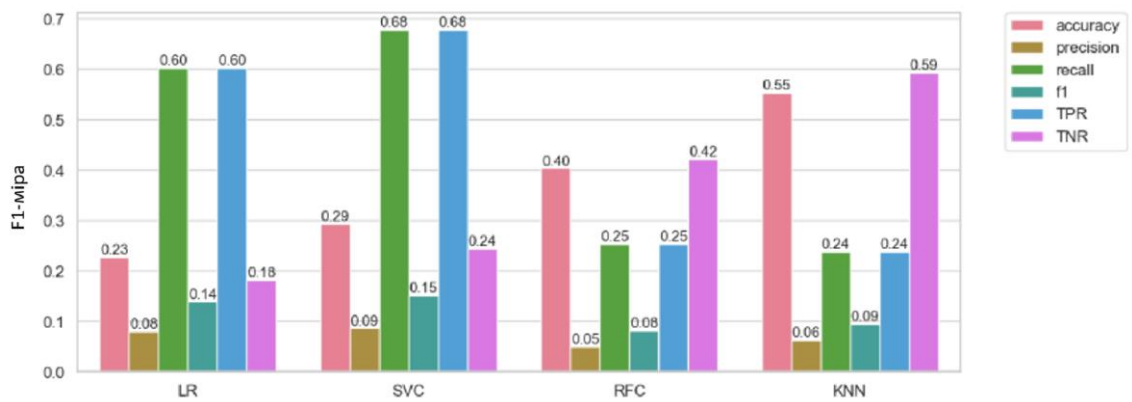
Рисунок 3.16 – Розподіл F1-міри. Навчання на власному наборі даних, оцінка на Cesar №2



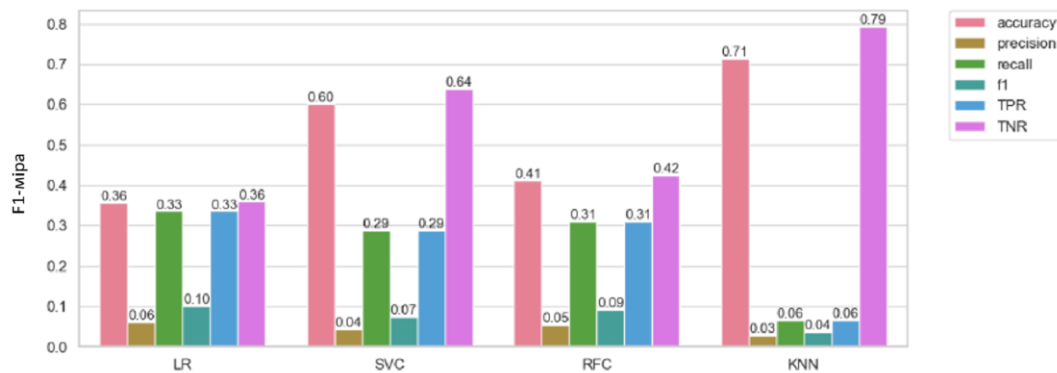
а – без масштабування



б – масштабування Z-значенням



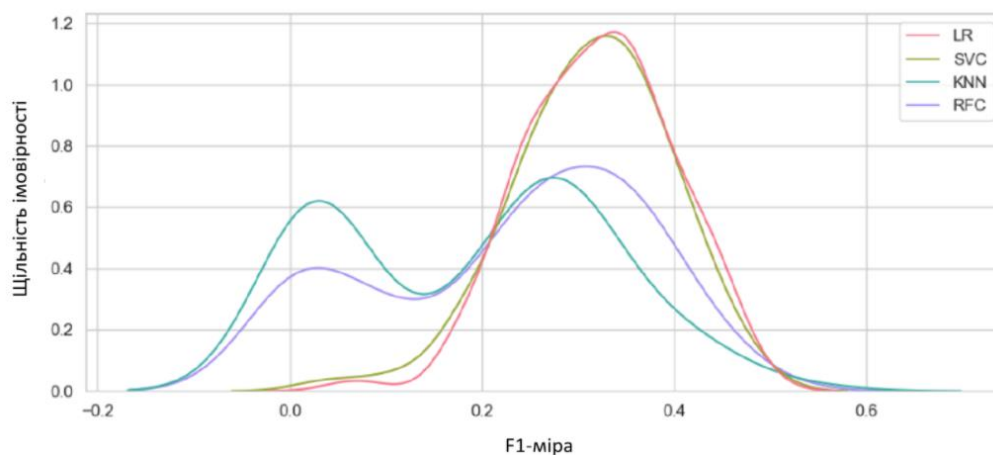
в – масштабування від -1 до 1



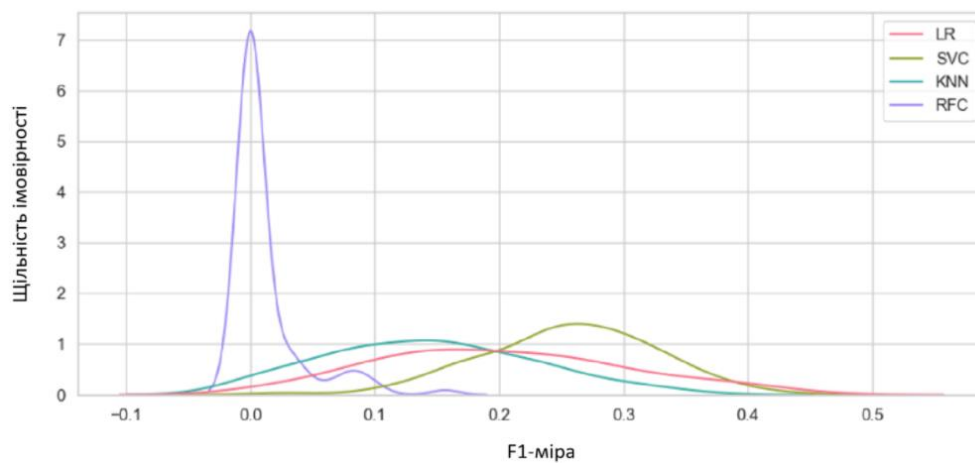
г – робастне масштабування

Рисунок 3.17 – Розподіл F1-міри. Навчання на Cesar №2, оцінка на власному наборі даних

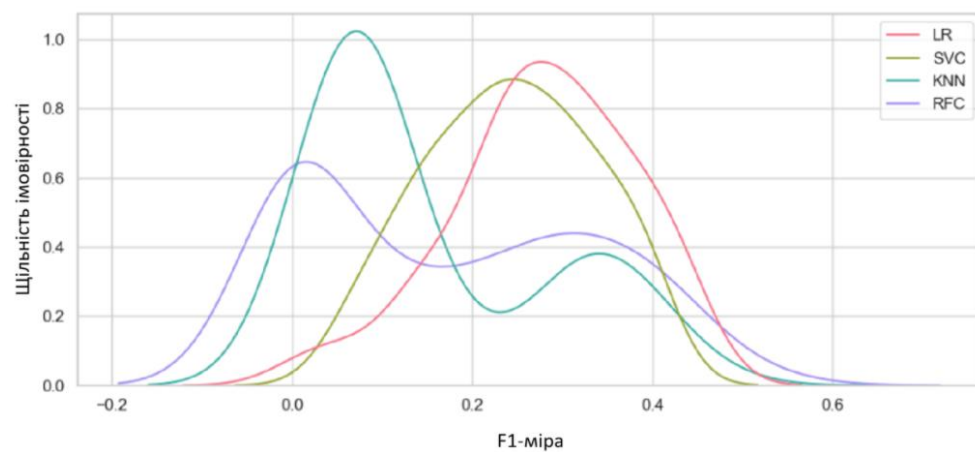
Експерименти виявили, що робастне масштабування (3.3) дозволяє моделям краще ігнорувати викиди та специфічні амплітудні відхилення, характерні для конкретного обладнання. При навчанні моделей на наборі даних Cesar №2 та тестуванні на власному наборі даних із застосуванням робастного масштабування F1-міра для логістичної регресії та SVM досягла рівня 20%. Для навчання на іншому наборі з використанням алгоритму випадкового лісу було отримано результат 18%, що на 5.5% перевищує відповідний 99%-й довірчий інтервал.



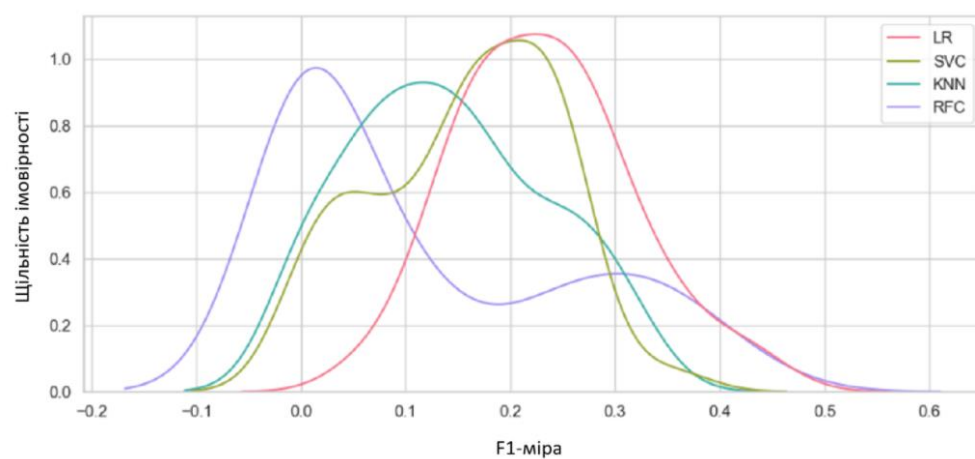
а – без масштабування



б – масштабування Z-значенням

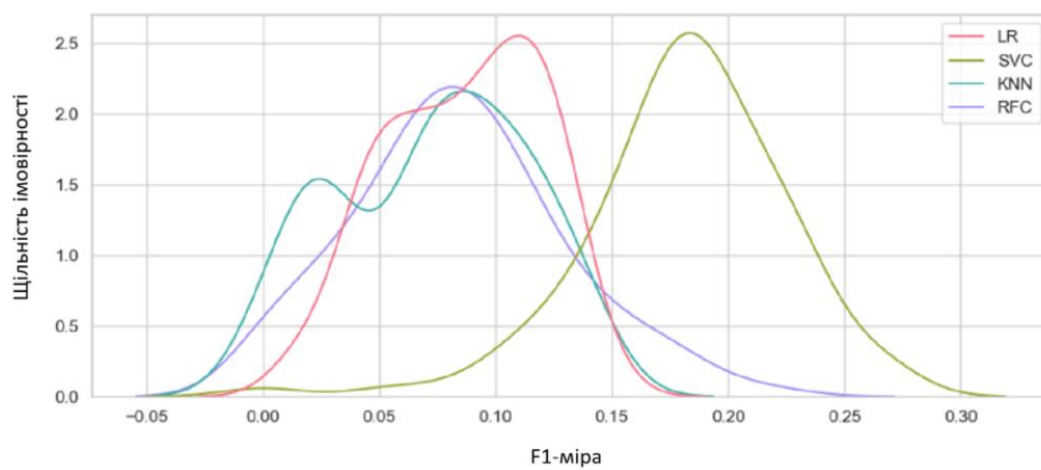


в – масштабування від -1 до 1

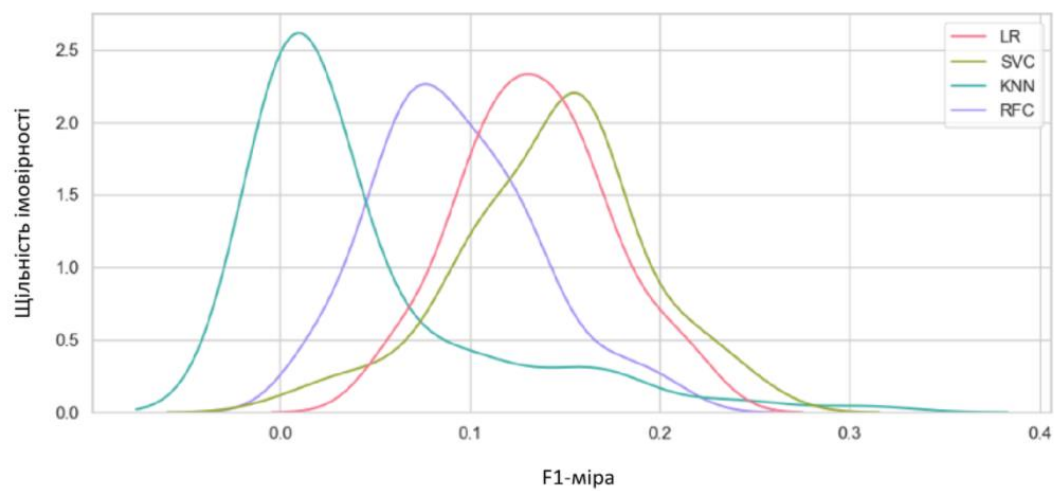


г – робастне масштабування

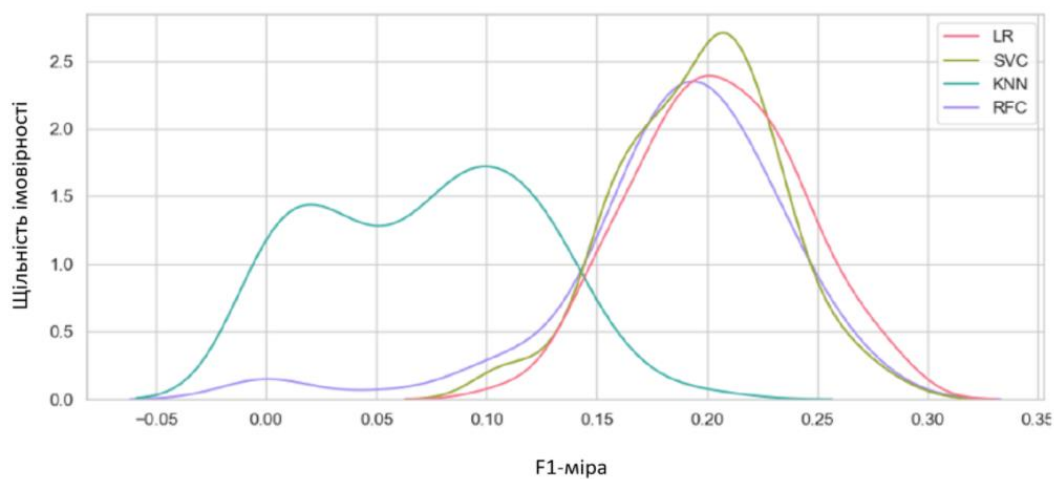
Рисунок 3.18 – Середні значення метрик. Навчання на власному наборі даних, оцінка на Cesar №2



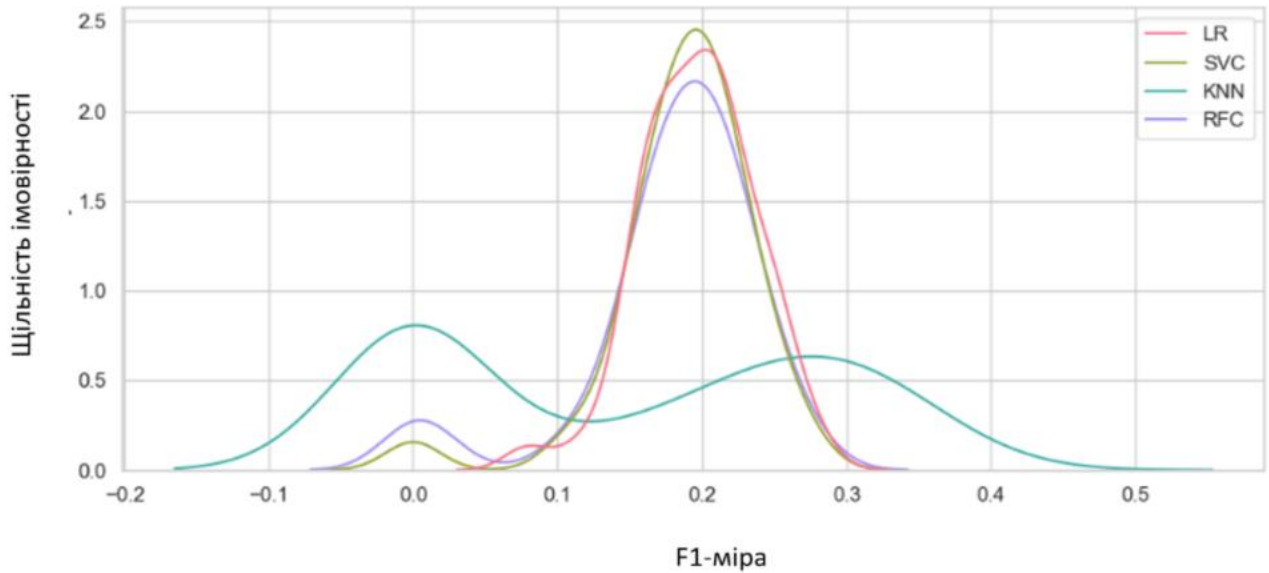
а – без масштабування



б – масштабування Z-значенням



в – масштабування від -1 до 1



г – робастне масштабування

Рисунок 3.19 – Середні значення метрик. Навчання на Cesar №2, оцінка на власному наборі даних

Хоча отримані значення є низькими для безпосереднього промислового використання, вони статистично значуще перевищують поріг випадкового вгадування (12.5% для 99-го квантилю розподілу Монте-Карло). Це дозволяє зробити якісний висновок про обмежену генералізуючу здатність моделей, навчених на одній експериментальній установці, при перенесенні на іншу. Виявлений ефект узгоджується з відомими в літературі результатами про залежність якості діагностики від резонансних характеристик стенду, типів датчиків та режимів навантаження, та обґрунтовує доцільність розробки методик доменної адаптації як напрямку подальших досліджень. Метод опорних векторів продемонстрував найвищу стабільність при зміні домену даних, що підтверджує його теоретичну здатність до побудови оптимальних розділяючих гіперплощин, менш чутливих до локальних особливостей розподілу навчальної вибірки.

Альтернативний підхід до діагностики передбачав відмову від ручного конструювання ознак на користь автоматичного виявлення ієрархічних

діагностичних патернів за допомогою глибокого навчання. Якість нейромережевих моделей оцінювалась за метрикою точності, що визначається як відношення кількості правильно класифікованих прикладів до загальної кількості прикладів вибірки. Перша модель являла собою згорткову нейронну мережу з двома шарами згортки (16 та 32 фільтри відповідно), шарами субдискретизації, батч-нормалізацією та повнозв'язними шарами. Загальна кількість параметрів склала 67377, з яких 96 є константними параметрами шарів батч-нормалізації. Вхідними даними слугували сегменти необробленого сигналу віброприскорення довжиною 1024 точки за одним каналом (вісь Y). Навчання проводилось протягом 100 епох із використанням функції активації ReLU у проміжних шарах. Задача формулювалася як мінімізація бінарної перехресної ентропії (3.26). Якість даної мережі оцінювалася аналогічно класичним моделям – середнє значення розподілу F-міри на 100 бутстрепованих підвибірках порівнювалося з розподілом середніх для випадкового вгадування.

Аналіз динаміки навчання показав, що дана архітектура схильна до швидкого перенавчання: функція втрат на валідаційній вибірці починала зростати раніше, ніж припинялося зменшення помилки на навчальній вибірці, незважаючи на стабільне зменшення помилки на навчальній вибірці (рис. 3.20). Середнє значення F1-міри на тестовій вибірці склало 46%. Хоча цей результат вищий за 99-й квантиль розподілу для випадкового вгадування, він поступається результатам класичних моделей.

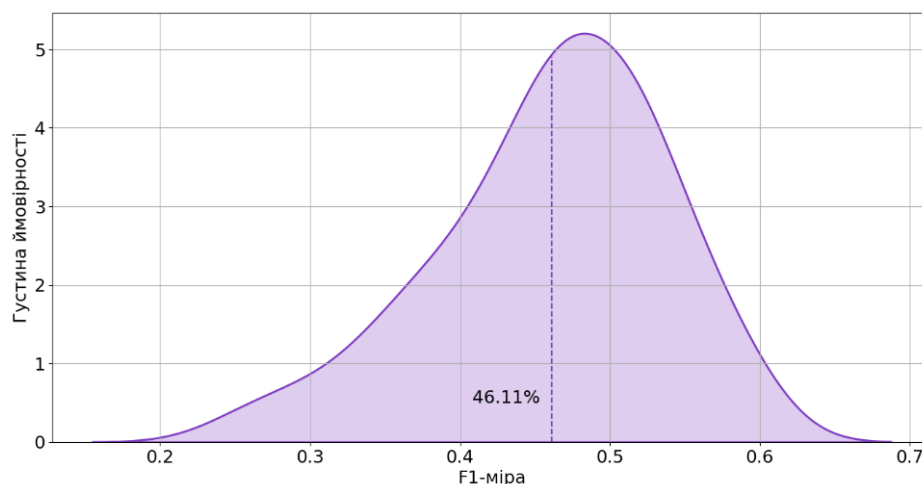


Рисунок 3.20 – Розподіл F1-міри на валідаційних підвибірках для згорткової нейронної мережі з двома шарами згортки

Низька ефективність цієї архітектури пояснюється недостатнім рецептивним полем для охоплення низькочастотних складових сигналу. Для вирішення цієї проблеми було застосовано архітектуру зі змінними факторами дилатації, детально описану у підрозділі 3.3.

Результати тестування дилатованої CNN продемонстрували підвищення точності діагностики. На власному наборі даних точність моделі досягла 83%, що є співмірним з результатами найкращих класичних моделей (LR/SVM з $F1 = 0.84$). При цьому розподіл точності, отриманий методом бутстрепу, виявився компактным (медіана 83.19%, що свідчить про стійкість алгоритму). Розподіл точності дилатованої CNN на 100 бутстрепованих підвибірках власного набору даних наведений на рис. 3.22.

У табл. 3.7 наведено зведені результати ефективності моделей.

Таблиця 3.7 – Ефективність нейромережових моделей

Архітектура	Власний набір	Набір Cesar	Базовий рівень
Проста CNN	46% (F1)	-	12.5% (F1)
Дилатаційна CNN	83% (Точність)	56% (Acc)	50% (Точність)

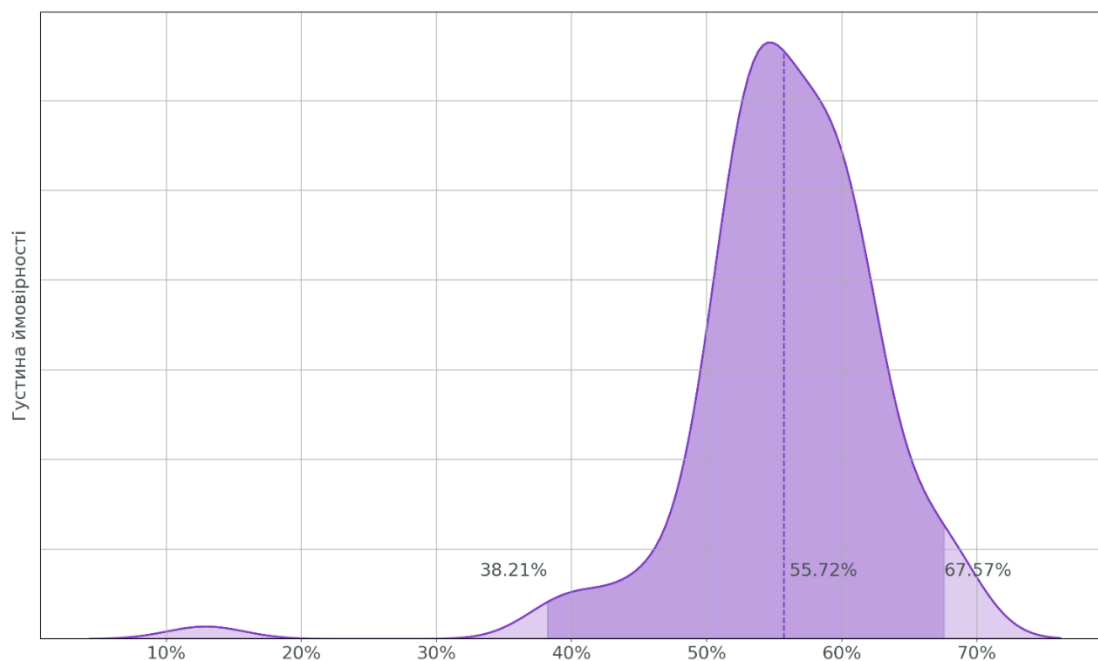


Рисунок 3.21 – Розподіл точності на валідаційних підвибірках при навчанні на власному наборі даних та тестуванні на наборі Cesar №1

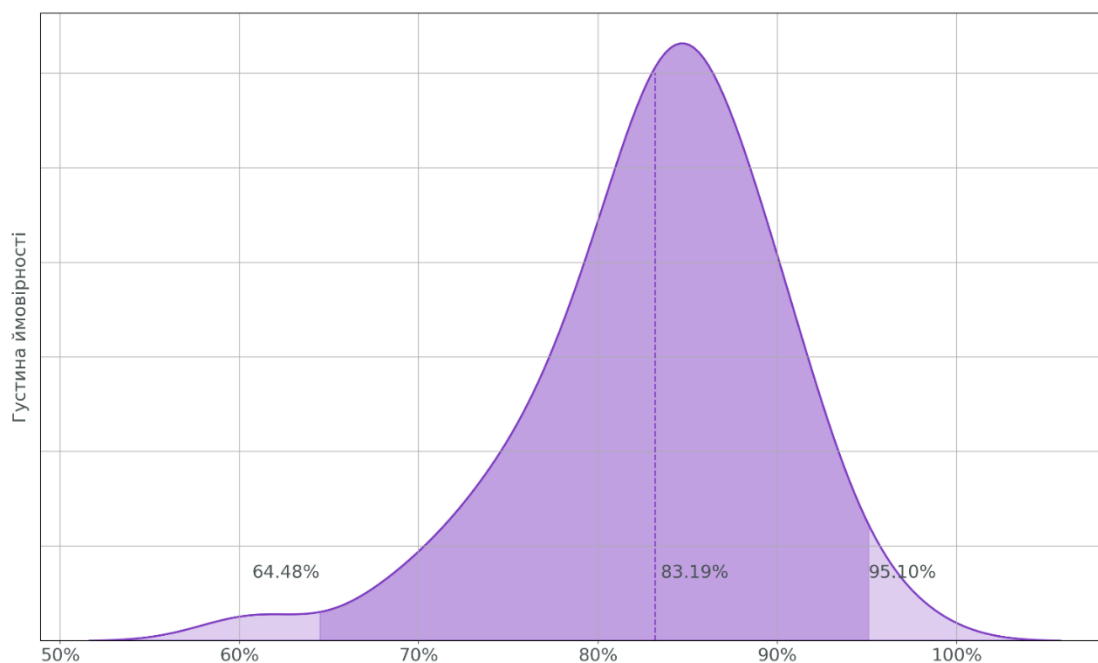


Рисунок 3.22 – Розподіл точності дилатованої CNN на 100 бутстрепованих підвибірках власного набору даних

Окремої уваги заслуговує результат перевірки генералізації: на зовнішньому наборі даних Cesar №1 медіанна точність склала 55.72% (рис. 3.21). В умовах збалансованої бінарної класифікації, де випадкове вгадування дає 50%, перевищення базового рівня є статистично значущим результатом. Це дозволяє зробити якісний висновок про наявність у дилатованої CNN певної генералізуючої здатності за межі навчальної установки, хоча отриманий рівень точності залишається недостатнім для практичного промислового використання без додаткових процедур адаптації до домену (графіки навчання моделі представлено на рис. 3.23).

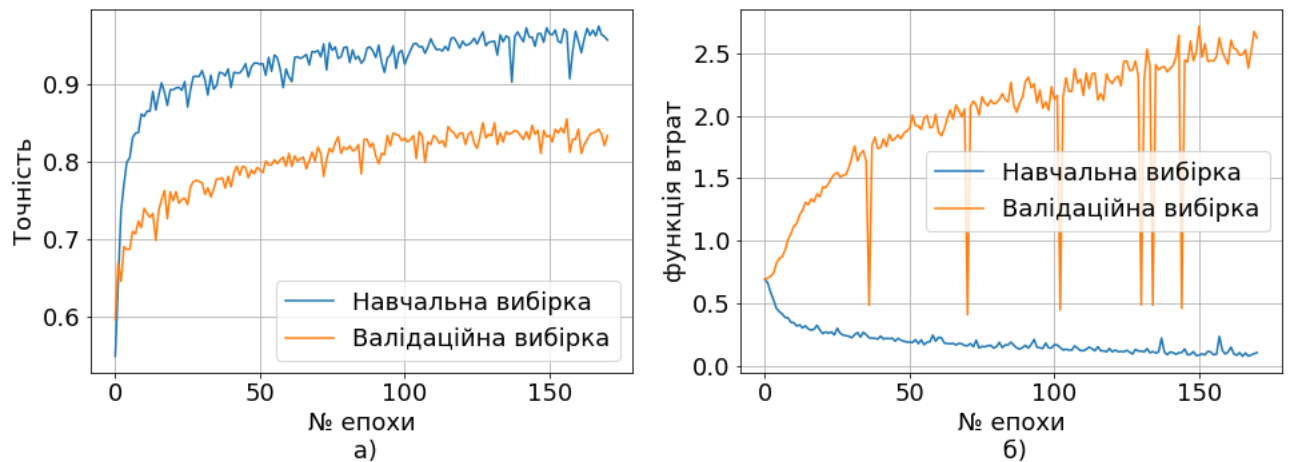


Рисунок 3.23 – Графіки навчання моделей: а – навчальна та валідаційна точність; б – навчальне та валідаційне значення функції втрат

Отримані дані дозволяють провести порівняльний аналіз двох підходів до діагностики. Класичні моделі на статистичних ознаках (LR та SVM з $F1 = 0.84$) демонструють високу ефективність для локальних задач із фіксованими умовами експлуатації, мають нижчий час навчання та менші вимоги до обсягу навчальної вибірки. Їх перевагою є можливість імплементації на компактних обчислювальних пристроях та інтерпретованість результатів. Разом з тим, при

зміні домену даних ефективність цих моделей знижується: максимальне значення F1-міри при перехресному тестуванні склало лише 20%.

Згорткова нейронна мережа зі змінною дилатацією, попри співмірну ефективність на власному наборі даних (точність = 83%), продемонструвала кращу здатність до генералізації (точність = 56% при базовому рівні 50%). Ключовим фактором є використання архітектурних рішень, що забезпечують інваріантність до довжини діагностичних проміжків сигналу та до зсуву фази обертання валу. Поєднання робастних методів попередньої обробки та архітектур з великим рецептивним полем є перспективним напрямком для створення універсальних систем вібродіагностики, здатних до масштабування та перенесення знань між різними об'єктами. Водночас задачі автоматизованої діагностики не обмежуються аналізом одновимірних вібраційних сигналів. Для біомеханічних застосувань, зокрема для прогнозування прогресії атеросклеротичних бляшок, необхідним є розроблення спеціалізованих алгоритмів обробки діагностичних зображень, що розглядається у наступному підрозділі.

3.5 Алгоритми сегментації діагностичних зображень для попередньої обробки сканів оптично-когерентної томографії

Атеросклеротичні бляшки являють собою локалізовані потовщення артеріальної стінки, що формуються внаслідок накопичення ліпідів у субендотеліальному просторі з наступною проліферацією гладком'язових клітин та відкладенням кальцію на пізніших стадіях. Механічна нестабільність таких утворень безпосередньо визначає клінічний ризик: розрив фіброзної покришки з подальшим тромбоутворенням лежить в основі гострого коронарного синдрому та ішемічного інсульту. У кількісному моделюванні прогресії як інтегральну

характеристику ризику найчастіше використовують відносно навантаження бляшкою, обґрунтоване у п. 1.5.

Внутрішньосудинна оптична когерентна томографія забезпечує поперечні перерізи судини з роздільною здатністю 10-20 мкм, достатньою для візуалізації шарів артеріальної стінки (інтими, медії, адвентиції) та структурних компонентів бляшки. На необробленому ОКТ-скані (рис. 3.24) просвіт судини реєструється як темна центральна область, навколишня стінка відображається як яскравіша концентрична структура з шаруватим патерном, а атеросклеротична бляшка виявляється як локальне потовщення інтими із характерним профілем розсіювання світла, що залежить від її складу (фіброзний, ліпідний чи кальцифікований компонент). Завданням подальшої автоматизованої обробки є виділення каліброваних контурів просвіту та ЗЕМ, необхідних для обчислення відсотка ураження артерії бляшкою згідно з п. 1.5.

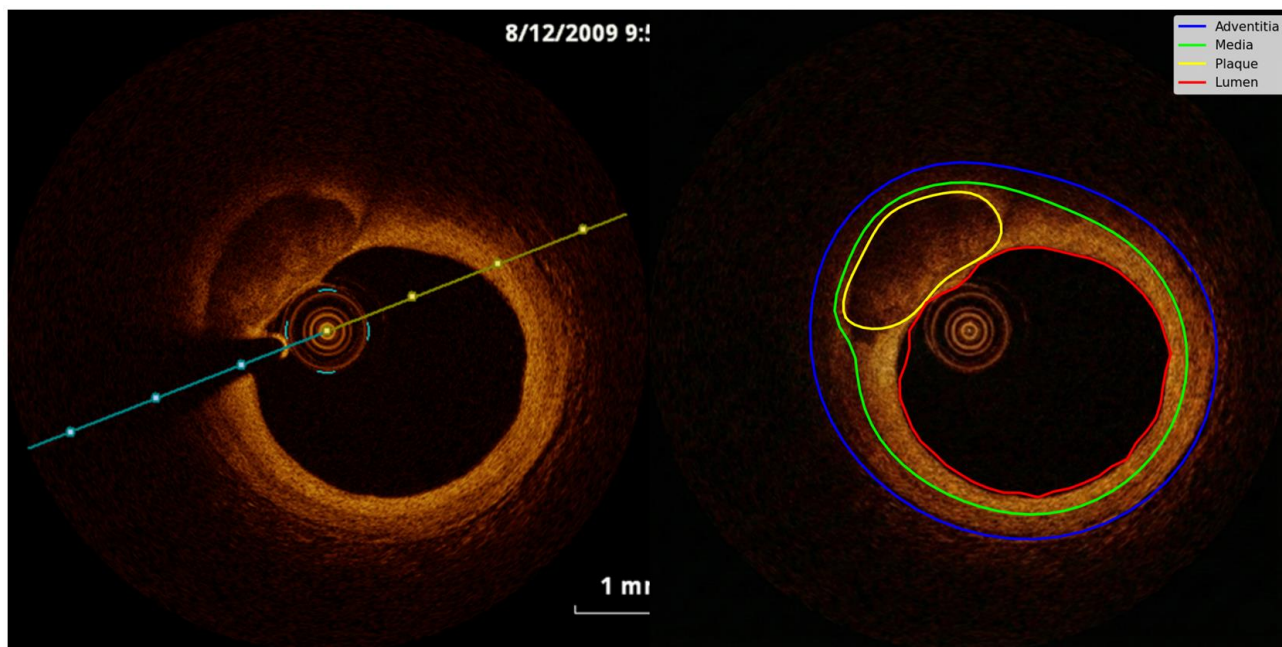


Рисунок 3.24 – Приклад необробленого ОКТ-скана коронарної артерії (зліва), та обробленого з позначенням просвіту, шарів судинної стінки (інтима, медія, адвентиція) та атеросклеротичної бляшки

Попередні підрозділи продемонстрували методику діагностики та класифікації технічного стану підшипників кочення. Аналогічний принцип – побудова інформативного простору ознак для подальшого прогнозування застосовується і до біомеханічних систем. Специфіка останніх полягає в тому, що вхідними даними є не вібраційні сигнали, а діагностичні зображення, отримані методами внутрішньосудинної візуалізації. В цьому підрозділі описано розроблені алгоритми попередньої обробки таких зображень.

Автоматизація обробки діагностичних даних внутрішньосудинної ОКТ вимагає впровадження спеціалізованого алгоритмічного каскаду, здатного нівелювати специфічні артефакти візуалізації та підготувати зображення до морфометричного аналізу. Процедура pullback-сканування генерує понад 300 кадрів поперечних перетинів судини у форматі DICOM. Кожен кадр містить не лише зображення біологічних тканин, а й вбудовані технічні маркери: вимірювальні шкали, текстові анотації лікаря, а також артефакт тіні від оптичного зонда [4]. Алгоритм обробки таких зображень (рис. 3.25) складається з чотирьох послідовних етапів: калібрування, детекція аномалій та їх усунення методом реконструкції зображень, виявлення та відновлення зони тіні оптичного зонда, а також напівавтоматична анотація судинних структур. Кожен етап використовує комбінацію класичних алгоритмів обробки зображень та попередньо навчених моделей глибокого навчання, що дозволяє уникнути потреби у створенні великих спеціалізованих наборів анотованих даних.

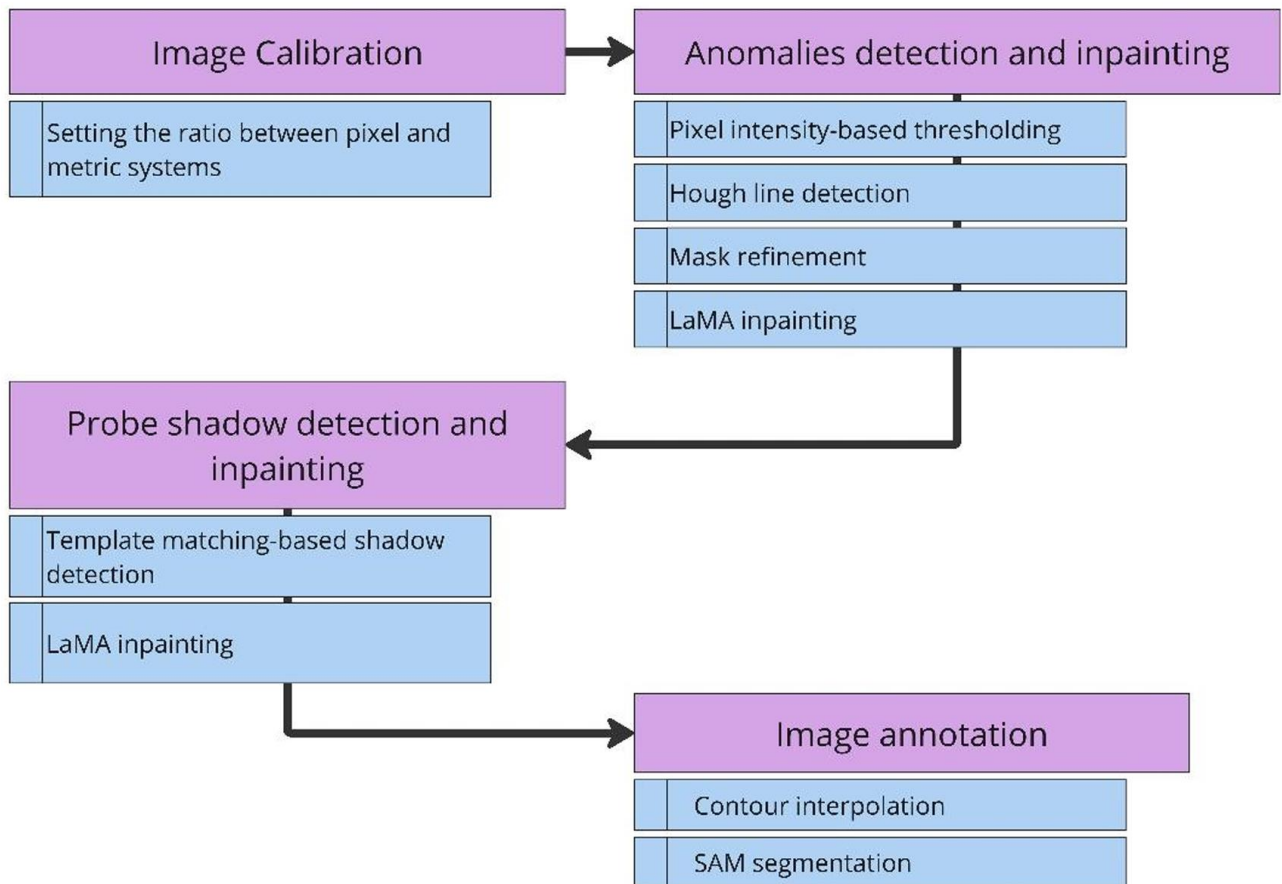


Рисунок 3.25 – Схема алгоритму обробки ОКТ-зображень

Первинним етапом є калібрування, яке забезпечує трансформацію безрозмірних піксельних координат у метричну систему для верифікації фізичних параметрів атеросклеротичних уражень та побудови тривимірної реконструкції судини. Кожен ОКТ-кадр містить вбудовану вимірювальну шкалу з поділками по одному міліметру (рис. 3.26). Для встановлення піксельно-метричного співвідношення оператор позначає початкову та кінцеву точки однієї поділки, після чого система обчислює коефіцієнт масштабування. Калібрування є обов’язковим першим кроком, оскільки наступний етап передбачає видалення вимірювальної шкали з зображення.

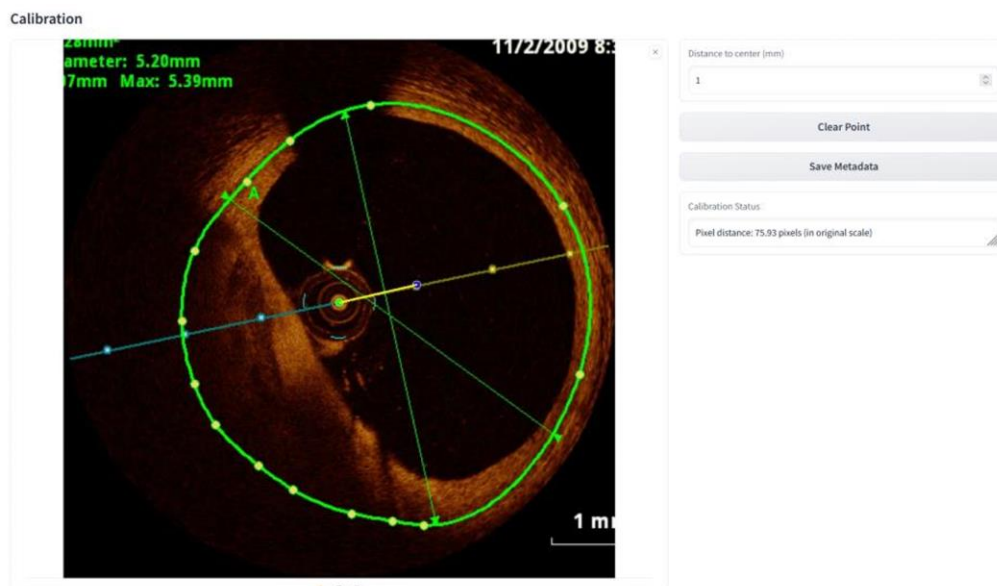


Рисунок 3.26 – Приклад калібрування ОКТ-зображення

ОКТ-скани містять вбудовані графічні елементи – вимірювальні шкали, текстові анотації, дату та час процедури, які створюють шум для автоматизованих систем аналізу. Для ідентифікації цих артефактів застосовується двоетапний підхід, що поєднує порогову фільтрацію з імовірнісним перетворенням Хафа. На першому етапі аналізується гістограма інтенсивності: оскільки штучні маркери мають максимальну яскравість у 8-бітному каналі, встановлення порогу на рівні 240 дозволяє сформувати бінарну маску, що відокремлює артефакти від біологічних тканин. Друга складова базується на перетворенні Хафа, яке детектує прямолінійні структури навіть за умов розривів або шуму шляхом трансформації точок з декартового простору (x, y) у простір параметрів (ρ, θ) :

$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta, \quad (3.30)$$

де ρ – перпендикулярна відстань від початку координат до прямої, а θ – кут нахилу нормалі. Дискретний акумулятор підраховує голоси від кожного пікселя

краю; локальні максимуми в акумуляторі відповідають параметрам найбільш ймовірних ліній. Емпірично встановлено, що мінімальна кількість перетинів для детекції лінії становить 205.

Бінаризація в поєднанні з детекцією ліній не завжди забезпечує повне покриття артефактів. Для підвищення якості масок додатково застосовуються фільтрація малих областей, дилатація маски, а також уточнення контурів на основі нейромережевого модуля CascadePSP [122], який приймає на вхід грубу маску та вихідне зображення, ітеративно коригуючи контури на основі локальних градієнтів та глобального контексту (рис. 3.27).

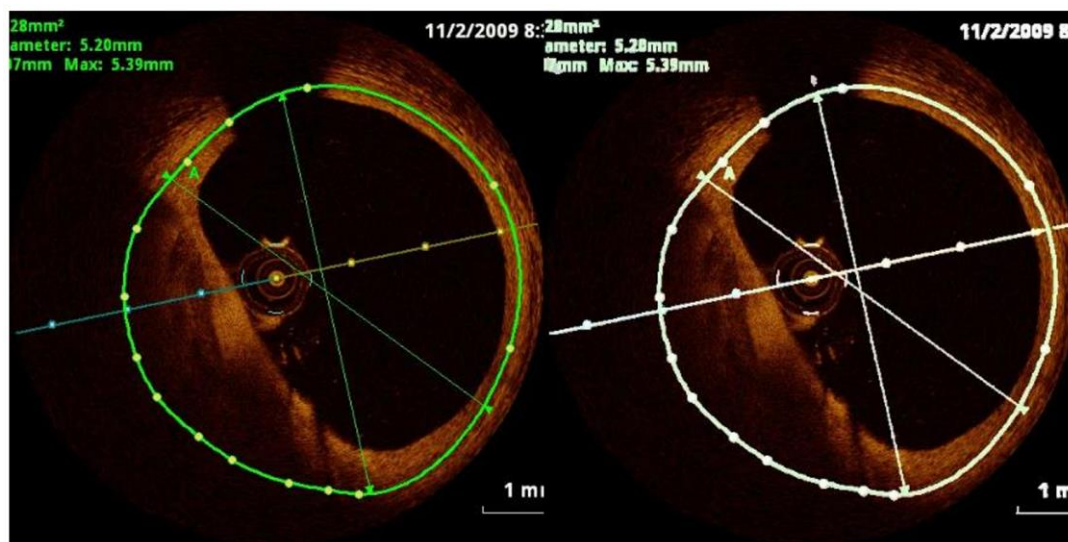


Рисунок 3.27 – Результат детекції аномалій: вхідне зображення (ліворуч) та згенерована маска артефактів (праворуч)

Кожен ОКТ-кадр містить тінь від оптичного зонда, яка виникає через блокування світлового пучка металевими елементами катетера. Тінь має вигляд темного сектора, що обертається навколо центру зображення під час сканування (рис. 3.28), що унеможливорює використання статичних масок. Для детекції тіні застосовується метод зіставлення з еталоном (template matching), який базується

на пошуку характерної яскравої дуги поверхні зонда. Алгоритм обчислює карту подібності за допомогою нормалізованої взаємної кореляції:

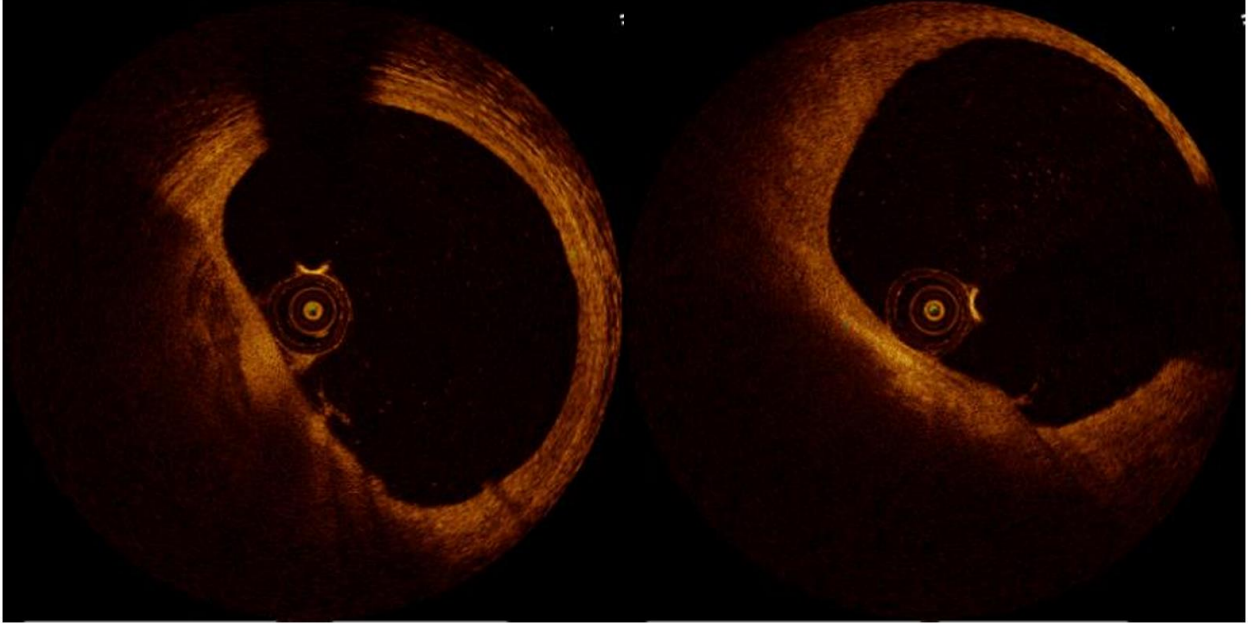


Рисунок 3.28 – Зонд та його тінь в центрі сканів першого та сорокового кадрів

$$R(x, y) = \frac{\sum_{x', y'} T'(x', y') \cdot I'(x + x', y + y')}{\sqrt{\sum_{x', y'} (T'(x', y'))^2 \cdot \sum_{x', y'} (I'(x + x', y + y'))^2}}, \quad (3.31)$$

де $R(x, y)$ – значення кореляції у позиції (x, y) , $T'(x', y')$ – значення пікселя шаблону, $I'(x + x', y + y')$ – значення пікселя зображення пошуку. Нормалізація компенсує глобальні зміни яскравості між кадрами. Зона пошуку обмежується центральною частиною кадру – квадратом зі стороною, що у п'ять разів менша за сторону вихідного зображення. Шаблон трансформується шляхом повороту та масштабування, а максимум кореляції вказує на кутове положення тіні, на основі якого генерується секторна маска з розкритом 45 градусів (рис. 3.29).

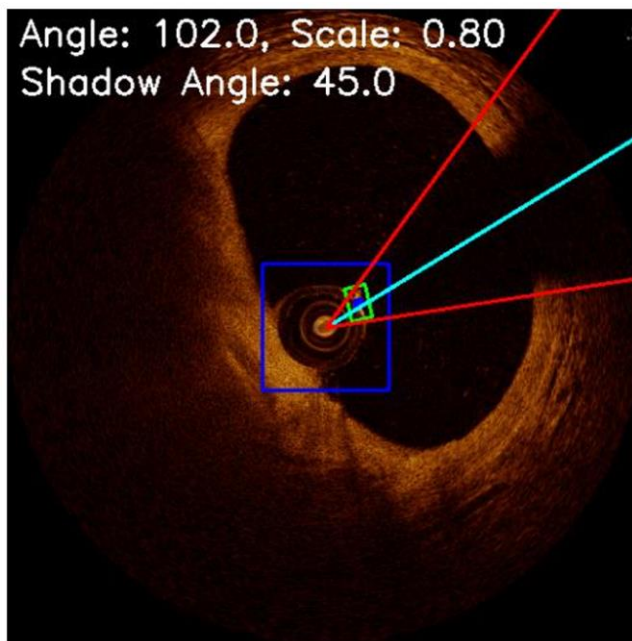


Рисунок 3.29 – Візуалізація алгоритму детекції тіні: область інтересу обмежена квадратом у центрі, сектор апроксимовано дугою 45 градусів

Після формування масок артефактів та тіні зонда виконується відновлення зображення для забезпечення цілісності анатомічних структур. Традиційні методи дифузії (алгоритми Telea та Navier-Stokes) заповнюють прогалини шляхом поширення значень сусідніх пікселів, проте виявляються неефективними для великих областей, призводячи до розмиття текстур. Як альтернативу було застосовано модель LaMa [107], побудовану на основі FFC. Перевагою FFC є здатність забезпечити рецептивне поле, що охоплює все зображення, на відміну від локальних згорток. Спектральна природа FFC дозволяє аналізувати глобальні патерни у частотній області, реконструюючи втрачені ділянки з використанням семантично пов'язаних областей скану та забезпечуючи відновлення неперервності шарів інтими та медії.

Фінальним етапом є семантична сегментація, яка трансформує відновлене зображення у набір векторних контурів для розрахунку морфометричних показників. Традиційні підходи (зокрема архітектури U-Net) вимагають великих

наборів піксельно розмічених даних за участі медичних експертів. Для подолання цього обмеження було інтегровано модель SAM [108], побудовану на архітектурі Vision Transformer та навчену на наборі даних SA-1B (понад мільярд масок). Модель складається з енкодера зображень, енкодера підказок та легковагового декодера масок. Оператор надає підказку у вигляді однієї точки всередині просвіту судини, а SAM генерує маску об'єкта (рис. 3.30), що скорочує час анотації одного кадру на порядок порівняно з ручним трасуванням контурів.

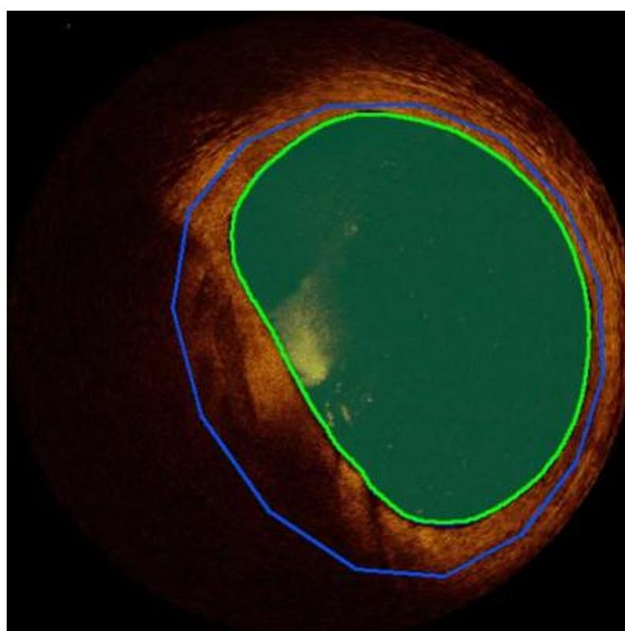


Рисунок 3.30 – Результат сегментації моделлю SAM: маска просвіту судини виділена зеленим кольором

Водночас модель SAM має обмеження: оскільки вона навчена на загальних зображеннях, модель сегментує лише просвіт судини (люмен), проте не розрізняє окремі шари стінки – інтиму, медію та адвентицію. Для повної анотації всіх структурних класів додатково реалізовано ручний режим із використанням сплайн-інтерполяції різних порядків, що дозволяє побудувати замкнений контур

декількома натисканнями з керуванням згладжуванням та екстраполяцією у зонах невизначеності (рис. 3.31).

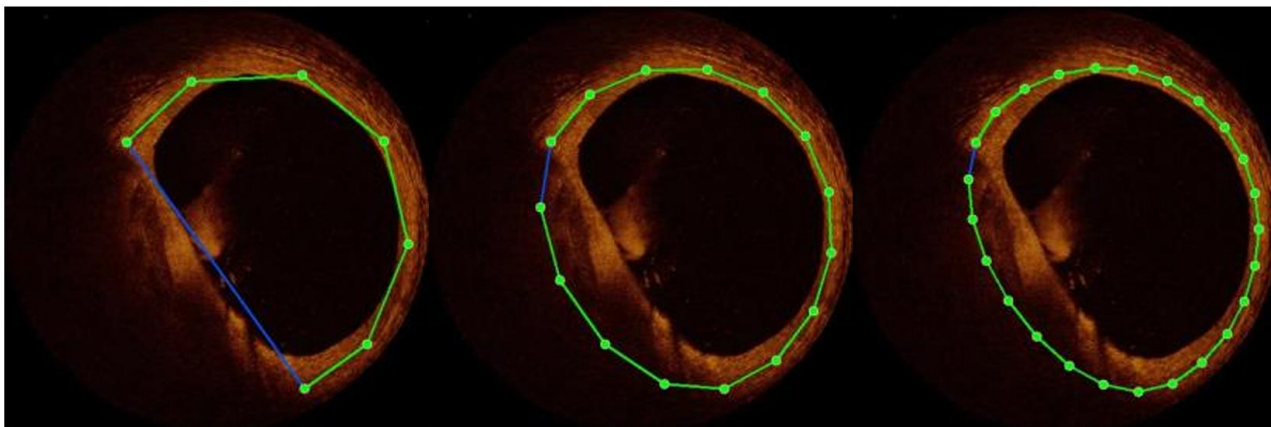


Рисунок 3.31 – Результат ручної побудови масок за допомогою сплайн-інтерполяції

Поєднання класичних алгоритмів комп'ютерного зору (порогова фільтрація, перетворення Хафа, зіставлення з еталоном), реалізованих засобами бібліотеки OpenCV [123], з попередньо навченими неймережевими моделями (CascadePSP, LaMa, SAM) дозволяє побудувати підхід попередньої обробки ОКТ-зображень без потреби у навчанні спеціалізованих моделей на медичних даних. Отримані калібровані контури судинних структур використовуються для обчислення морфометричних показників, а також для побудови тривимірних моделей судин, які слугують вхідними даними для прогностичних моделей, описаних у розділах 4-5.

Описаний алгоритм обробки ОКТ-зображень слугує перехідним етапом від сирих діагностичних даних до вхідних характеристик прогностичної моделі (розділ 5). Кількісна валідація якості автоматичної сегментації проти експертно розмічених контурів (метрики Dice, IoU) не проводилася через відсутність відповідного розміченого набору у поточному дослідженні і є предметом

подальших робіт. Поточна реалізація забезпечує отримання морфометричних показників, достатніх для побудови прогностичної моделі прогресії бляшок, представленої у розділі 5.

3.6 Висновки до розділу

1. Розроблено експериментальну методику отримання вібраційних сигналів підшипників кочення на основі власного випробувального стенду з триосьовим MEMC-акселерометром GY-61, аналого-цифровим перетворювачем NI USB-6009, частотою дискретизації 3 кГц та автоматизованим керуванням профілем швидкості обертання валу (0–1500–200 об/хв). Сформовано власний набір даних із 112 експериментів (100 дефектних і 12 нових підшипників типорозмірів 6204 і 6202), що містить понад 10 мільйонів записів. Перевагою бази даних над еталонними наборами CWRU та МПУ є природний характер дефектів та використання двох типорозмірів, що забезпечує умови для коректного тестування узагальнюючої здатності моделей.
2. Сформовано простір ознак для класифікації технічного стану підшипників. Розглянуто методи масштабування вхідних сигналів (Z -стандартизація, мінімаксне перетворення у діапазон $[-1,1]$), часові, частотні та статистичні ознаки, а також ознаки на основі вейвлет-перетворення та аналізу обвідної. Кількісно охарактеризовано вплив попередньої обробки на стійкість класифікації при зміні режимів роботи стенду.
3. Розроблено архітектуру згорткової нейронної мережі зі змінними факторами дилатації (дилатована CNN) для класифікації технічного стану підшипників за необробленими вібраційними сигналами. Перевага архітектури полягає у розширеному рецептивному полі при незмінній

кількості параметрів, що дозволяє ефективно охоплювати характерні часові масштаби періодичних дефектів без збільшення обчислювальної складності та глибини мережі.

4. Проведено експериментальну апробацію розробленої моделі на власному наборі даних та наборі Cesar. Отримані середні значення F_1 -міри (та її розподіл за класами) підтвердили працездатність моделі в умовах змінного режиму обертання валу. Виконано перехресну валідацію (навчання на одному наборі – оцінка на іншому), яка кількісно охарактеризувала проблему переносимості моделей між експериментальними установками й обґрунтувала вимоги до підготовки даних для забезпечення узагальнюючої здатності.
5. Розроблено алгоритми сегментації діагностичних зображень для попередньої обробки сканів оптично-когерентної томографії внутрішньосудинного русла. Запропонований підхід забезпечує автоматичне виділення межі просвіту артерії та контурів атеросклеротичної бляшки з усуненням артефактів візуалізації (вбудовані лінійки, нотатки лікаря), що скорочує час анотації одного кадру на порядок порівняно з ручним трасуванням контурів і робить технічно можливим формування достатніх за обсягом наборів даних для подальшого моделювання.
6. Розроблені у розділі методи діагностики (дилатована CNN для вібродіагностики підшипників та сегментація сканів ОКТ) забезпечують вхідні дані для блоку ймовірнісного прогнозування методології, описаної у розділі 2. Результати діагностики використовуються як початкова умова прогностичних моделей у розділах 4 і 5.

РОЗДІЛ 4 ПРОГНОЗУВАННЯ РЕСУРСУ МЕХАНІЧНИХ ТА БІОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

4.1 Математична постановка задачі прогнозування ресурсу в умовах невизначеності

У цьому розділі математичний апарат ймовірнісного прогнозування ресурсу, постановка якого наведена у розділі 2, реалізується стосовно конкретних об'єктів. Методи діагностики, розроблені у розділі 3, забезпечують вхідні дані для прогностичних моделей: алгоритми класифікації вібросигналів дозволяють ідентифікувати поточний стан механічних вузлів, а алгоритм обробки ОКТ-зображень надає кількісні морфометричні показники, необхідні для побудови моделей прогресії. Ймовірнісний апарат спочатку апробується на задачі оцінки ресурсу вітрогенератора (п. 4.1-4.3), де його верифікація є можливою завдяки наявності аналітичних розв'язків, а потім узагальнюється через сурогатне моделювання з використанням регресії гаусівських процесів (п. 4.4-4.5).

Відповідно до загальної постановки задачі надійності, сформульованої у розділі 2, стан конструкції вітроенергетичної установки (ВЕУ) в момент часу t описується скалярним параметром пошкодженості $D(t) \in [0,1]$. Основними показником є функція надійності $P(t)$ та гамма-відсотковий ресурс T_γ .

Для опису процесу деградації матеріалу при багатоцикловій втомі використовується диференціальна форма гіпотези підсумовування пошкоджень [27]. Нехай процес напружень є вузькосмуговим випадковим процесом з огибаючою $\sigma_a(t)$ (далі – амплітуда у термінах підрахунку циклів) та несучою частотою ω_e . Для гауссівського вузькосмугового процесу огибаюча підпорядковується розподілу Релея. Швидкість накопичення пошкоджень

описується кінетичним рівнянням: $\frac{dD}{dt} = \frac{\sigma_a^m(t)}{T_e \cdot N_0 \cdot \sigma_{-1}^m}$, де $T_e = \frac{2\pi}{\omega_e}$ – ефективний період коливань, а $N(\sigma_a)$ визначається рівнянням кривої втоми Велера: $N(\sigma_a) = N_0 \cdot \{(\frac{\sigma_a - 1}{\sigma_a})^m\}$. Інтегрування на інтервалі $[0, t]$ дає накопичене пошкодження: $D(t) = \int_0^t \frac{\sigma_a^m(\tau)}{T_e \cdot N_0 \cdot \sigma_{-1}^m} d\tau$.

Оскільки підінтегральна функція є випадковим процесом, величина $D(t)$ також є випадковою. Згідно з центральною граничною теоремою, при достатньо великому часі спостереження щільність ймовірності пошкодження описується нормальним законом Гаусса: $f_D(D, t) = \frac{\zeta}{\sqrt{2\pi k_1 \sqrt{t}}} \exp\left(-\frac{\zeta^2 (D - k_1 t)^2}{2 k_1^2 t}\right)$. Математичне сподівання пошкодження зростає лінійно з часом: $m_D(t) = \frac{\langle \sigma_a^m \rangle}{T_e N_0 \sigma_{-1}^m} t = k_1 t$, де $\langle \sigma_a^m \rangle = \int_0^\infty \sigma_a^m f(\sigma_a) d\sigma_a$ – початковий момент m -го порядку розподілу амплітуд напружень. Цей момент є ключовою енергетичною характеристикою стохастичного навантаження та обчислюється у п. 4.2 чисельним інтегруванням з урахуванням передавальної функції $\sigma_a(v)$. Дисперсія пошкодження: $\sigma_D^2 = \frac{k_1^2}{\zeta^2} t$, де ζ – коефіцієнт загасання кореляційної функції, $k_1 = \frac{\langle \sigma_a^m \rangle}{T_e N_0 \sigma_{-1}^m}$. Середній ресурс визначається з умови $m_D(T_{mean}) = 1$, а гарантований – з рівняння $m_D(T_{gar}) + 3\sigma_D(T_{gar}) = 1$. Симетрично визначається верхня оцінка ресурсу T_{max} з умови $m_D(T_{max}) - 3\sigma_D(T_{max}) = 1$. У загальному випадку гамма-відсотковий ресурс T_γ обчислюється як корінь рівняння $m_D(T_\gamma) + z_\gamma \sigma_D(T_\gamma) = 1$, де z_γ – γ -квантиль стандартного нормального розподілу. Випадки T_{gar} , T_{mean} та T_{max} є частковими значеннями загальної формули при $z_\gamma \in \{3, 0, -3\}$ відповідно. Наведена математична постановка пов'язує статистичні характеристики зовнішнього навантаження з показниками довговічності конструкції та використовується для практичних розрахунків ресурсу.

4.2 Прогнозування ресурсу несучої конструкції вертикального вітрогенератору

Для демонстрації практичної застосовності математичного апарату, викладеного у п. 4.1, розглянуто задачу прогнозування ресурсу несучої системи вертикально-осьової вітроенергетичної установки – конструкції, що працює в умовах інтенсивних стохастичних аеродинамічних навантажень. Конструкції цього типу зазнають інтенсивних динамічних навантажень, що обумовлює високий ризик втомних руйнувань, особливо у з'єднувальних вузлах. Дослідження виконано із застосуванням двох основних інструментів: CAE-системи для розрахунку напружено-деформованого стану (НДС) методом скінченних елементів та скриптів мовою Python для ймовірнісного аналізу.

Вітроенергетичні установки вертикального типу мають низку переваг порівняно з горизонтально-осьовими: незалежність від напрямку потоку, простота монтажу та обслуговування, низький рівень шуму. Водночас їхні несучі елементи зазнають складного комбінованого навантаження, де найбільш вразливими є кріпильні вузли – траверси (важелі) та болтові з'єднання. Згідно зі статистикою відмов вітрогенераторів, наведеною у роботі [124], втома матеріалу є однією з провідних причин руйнування (6.8% від загальної кількості випадків), поряд зі штормовими явищами та сильними вітрами.

Для дослідження НДС розроблено параметричну геометричну модель несучої конструкції ВЕУ, що включає аеродинамічні лопаті, траверси кріплення та центральний вал. Загальна послідовність побудови параметричної моделі та подальшого розрахунку наведена на рис. 4.1. Параметричний опис конструкції забезпечує можливість оптимізації та варіантного аналізу, що є важливим для інженерної практики [125].

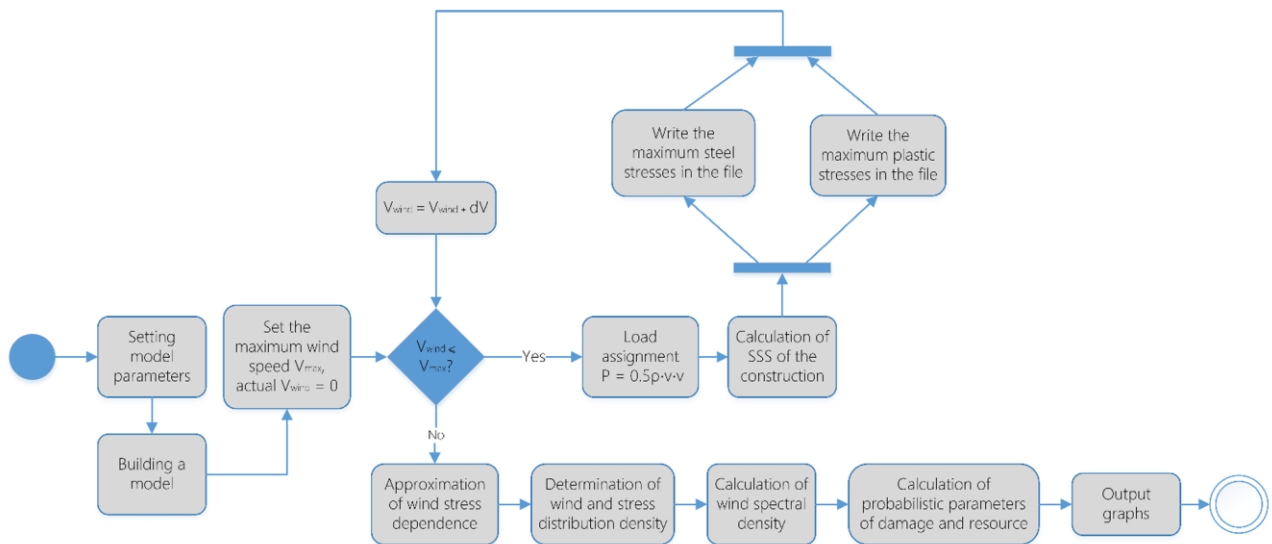


Рисунок 4.1 – Діаграма активності алгоритму розрахунку залишкового ресурсу несучої конструкції

Чисельне моделювання виконувалося методом скінченних елементів у тривимірній постановці з використанням САЕ-системи. Використано об'ємні 8-вузлові скінченні елементи (тип SOLID185 у термінах ANSYS) із трьома ступенями свободи у вузлі – переміщеннями U_x , U_y , U_z . Це дозволяє коректно врахувати складний розподіл напружень по товщині деталей. Для забезпечення достовірності результатів проведено аналіз збіжності розв'язку на трьох варіантах сітки з характерними розмірами елементу 2.125 мм, 1.7 мм та 1.4мм (відповідно 36065, 60599 та 86452 елементи). Приріст максимальних еквівалентних напружень у PLA-елементах при переході до більш дрібної сітки не перевищував 1%, тому для основних розрахунків прийнято варіант із розміром елементу 1.7мм як такий, що забезпечує баланс між точністю та обчислювальними витратами. Загальний вигляд скінченно-елементної моделі представлено на рис. 4.2.

Болтові з'єднання, які є найбільш вразливими елементами конструкції, змодельовані з високим рівнем деталізації. Кожен болт представлено у вигляді трьох циліндричних об'ємів, що імітують головку, тіло болта та гайку; контактна

взаємодія між елементами кріплення показана на рис. 4.3. Такий підхід узгоджується з практикою моделювання, описаною у роботі [126]. Взаємодія між кріпильними елементами та тілом конструкції реалізована через контактну пару типу CONTA174 (поверхневий 8-вузловий контактний елемент) – TARGE170 (3-вимірний цільовий елемент) у режимі стандартного контакту з можливістю просковзування. На кожен бік кріплення задано п'ять контактних пар: тіло болта–спиця, тіло болта–паз, головка болта–паз, спиця–лопатець, спиця–паз. Завдяки симетрії конструкції моделювалась лише її половина з відповідними умовами симетрії на площині розрізу.

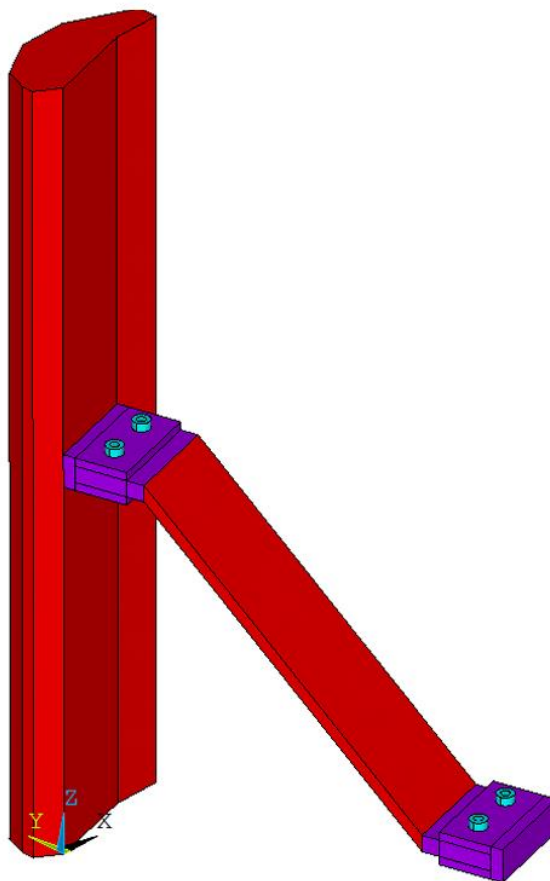


Рисунок 4.2 – Загальний вигляд скінченно-елементної моделі несучої конструкції

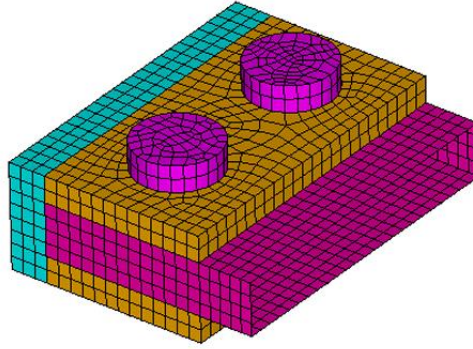


Рисунок 4.3 – Контактна взаємодія елементів кріплення вузла

У моделі враховано використання різномірних матеріалів. Елементи лопатей та корпусних деталей виготовляються методом 3D-друку з PLA-пластику (полілактиду) – екологічного біорозкладного матеріалу. Для кріпильних елементів використано корозійностійку сталь. Фізико-механічні характеристики матеріалів наведено нижче.

PLA-пластик: модуль пружності $E_p = 3.3$ ГПа, коефіцієнт Пуассона $\nu_p = 0.39$, межа плинності $\sigma_T^p = 60$ МПа. Параметри втомної міцності, визначені за результатами експериментальних досліджень, для ізотропного наближення становлять: показник нахилу кривої втоми $m = 5.4$, межа витривалості $\sigma_{-1} = 7.6$ МПа, базове число циклів $N_0 = 2 \cdot 10^6$ [127].

Корозійностійка сталь (болти, AISI 304 / 12X18H10T): модуль пружності $E_s = 2.08 \cdot 10^5$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\nu_s = 0.3$, межа плинності $\sigma_T^s = 710$ МПа. Параметри кривої втоми сталі за рекомендаціями для зварних з'єднань нержавіючих сталей : показник нахилу кривої втоми $m = 4$, число циклів до руйнування $N_0 = 10^7$, межа витривалості $\sigma_{-1} = 451$ МПа. Декремент логарифмічного загасання $\delta = 0.0009$ [128]. Втомні характеристики сталі значно перевищують характеристики пластику, що робить пластикові елементи лімітуючими для ресурсу всієї конструкції.

Таблиця 4.1 – Фізико-механічні характеристики матеріалів конструкції

Матеріал	E , ГПа	σ_{-1} , МПа	m	N_0	ν
PLA	3.3	7.6	5.4	$2 \cdot 10^6$	0.39
Сталь	208	451	4	10^7	0.3

Навантаження прикладено до зовнішньої поверхні лопаті у вигляді рівномірного аеродинамічного тиску. Згідно з [129], нормальний тиск вітру у першому наближенні визначається як: $P = 0.5 \cdot \rho \cdot v^2$, де ρ – щільність повітря, v – миттєва швидкість вітру. Конструкція зафіксована з протилежного від лопаті боку – в місці передбачуваного кріплення до вежі, де накладено обмеження на переміщення та обертання. Додатково враховано власну вагу конструкції та відцентрову силу, яка залежить від швидкості вітру.

За результатами серійних розрахунків МСЕ для різних рівнів навантаження отримано розподіли еквівалентних напружень за Мізесом у конструктивних елементах із сталі (рис. 4.4) та PLA-пластику (рис. 4.5), що дозволяють локалізувати зони концентрації напружень у відповідних елементах. Максимальні напруження у сталевих елементах (болтах) та у пластикових елементах (кріпильні зони лопатей) визначено для кожного значення швидкості вітру з вибірки. При максимальній розрахунковій швидкості вітру $v = 25$ м/с еквівалентні напруження за Мізесом досягають $\sigma_{max} \approx 6,67$ МПа у сталевих болтах (зона переходу між тілом та головкою болта) та $\sigma_{max} \approx 3,49$ МПа у пластикових елементах (зона примикання лопаті до спиці). Ці значення використано як опорні точки для побудови апроксимації передавальної функції $\sigma_a(v)$, що в подальшому інтегрується з розподілом швидкості вітру для отримання m -го моменту амплітуд напружень.

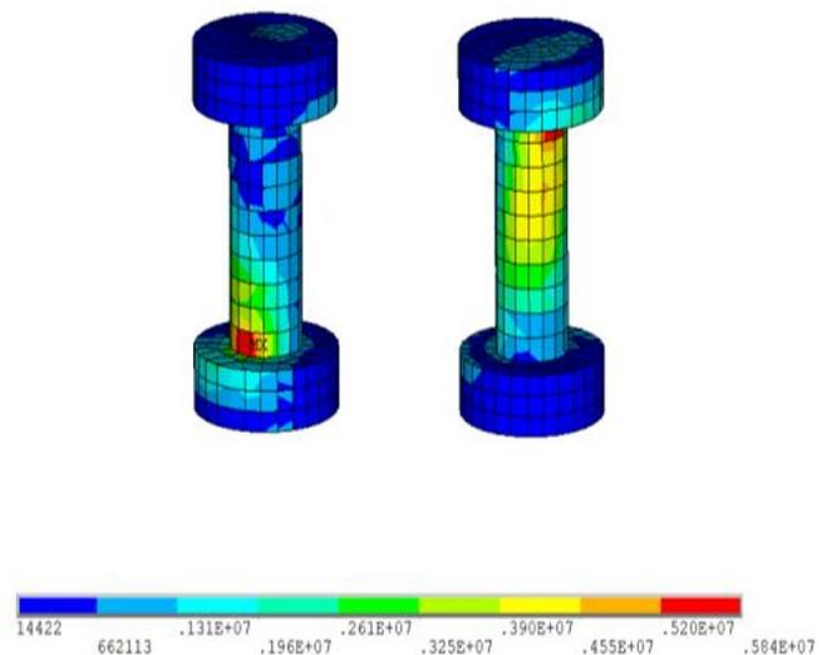


Рисунок 4.4 – Розподіл еквівалентних напружень за Мізесом у сталевих елементах конструкції

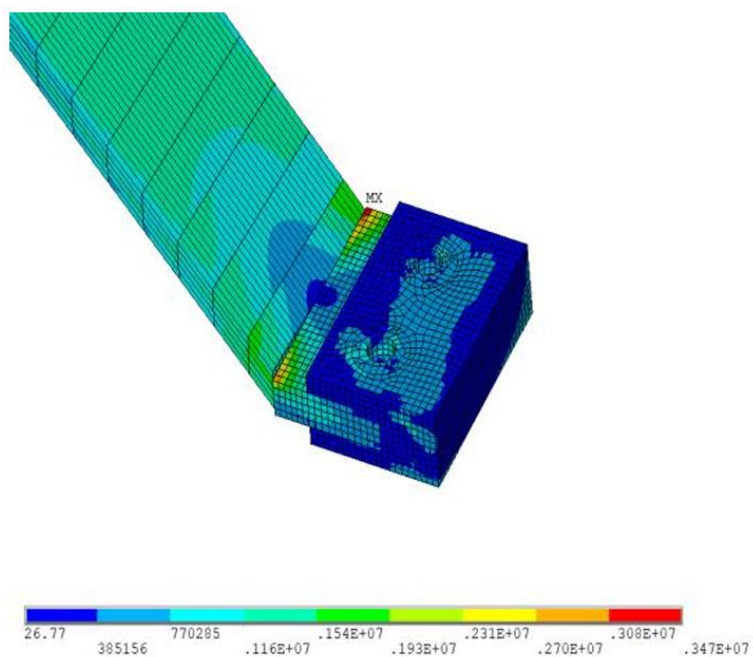


Рисунок 4.5 – Розподіл еквівалентних напружень за Мізесом у пластикових елементах конструкції

Аналіз результатів показав, що зони максимальних напружень у пластикових елементах зосереджені навколо кріпильних отворів, де має місце концентрація напружень. Це узгоджується з тим, що саме в таких зонах найбільш імовірно зародження втомних тріщин. Сталеві болти характеризуються запасом міцності, що на порядки перевищує відповідний показник пластикових деталей, що підтверджує лімітуючу роль PLA-елементів у визначенні ресурсу конструкції загалом.

Вітрове навантаження розглядається як випадковий процес, параметри якого залежать від кліматичних умов регіону експлуатації. Для опису розподілу середніх швидкостей вітру використано логнормальний закон розподілу:

$$f_v(v) = \frac{1}{v\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln v - \mu)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (4.1)$$

де v – швидкість вітру; σ та μ – параметри розподілу, що розраховуються на основі метеорологічних даних конкретної місцевості. Дисперсія та мода розподілу визначаються через ці параметри як:

$$M = e^{\mu - \sigma^2}, \sigma_v^2 = (e^{\sigma^2} - 1)e^{2\mu + \sigma^2} \quad (4.2)$$

Такий підхід дозволяє врахувати як найбільш імовірні швидкості вітру, так і ймовірність виникнення штормових поривів.

Для апробації методики обрано два міста України з різними вітровими режимами: Харків та Одесу. За даними метеорологічних спостережень, для Харкова прийнято середню швидкість вітру $\bar{v} = 3,7$ м/с, моду $M = 2,37$ м/с, середньоквадратичне відхилення $\sigma_v = 6$ м/с; для Одеси – $\bar{v} = 4,9$ м/с, $M = 3,9$ м/с, $\sigma_v = 8$ м/с. Збільшені значення СКВ обрано задля охоплення штормових

поривів, які за період спостережень 2003–2012 рр. сягали 15 м/с в межах Харкова та понад 25 м/с в межах Одеської області. Побудовані функції щільності ймовірності швидкості вітру для обох міст наведено на рис. 4.6.

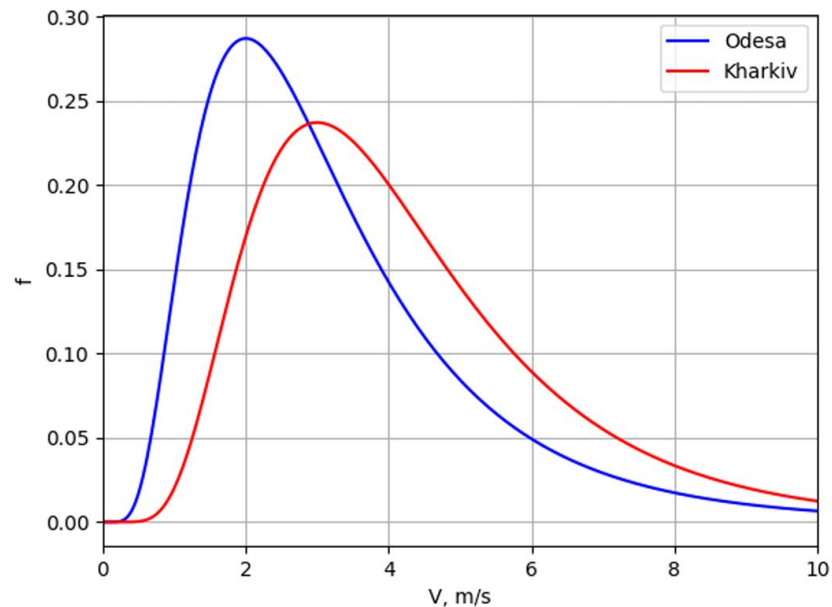


Рисунок 4.6 – Щільність розподілу ймовірності швидкості вітру для Харкова та Одеси

Побудова функціональної залежності між швидкістю вітру та напруженнями в небезпечних точках конструкції є одним з основних етапів алгоритму. За результатами серії МСЕ-розрахунків при різних рівнях навантаження отримано апроксимацію передатної функції $\sigma = f(v)$. Оскільки тиск вітру пропорційний квадрату швидкості, ця залежність є нелінійною, що призводить до трансформації статистики швидкості вітру при переході до напружень.

Відповідно до [15], якщо $x(t)$ та $y(t)$ пов'язані функціональною залежністю $y(t) = \varphi(x(t))$, та відома щільність ймовірності однієї з функцій, то щільність ймовірності другої визначається як:

$$f_y(y, t) = f_x(x = \psi(y(t)), t) \left| \frac{d\psi}{dy} \right|, \quad (4.3)$$

де $x(t) = \psi(y(t))$ – зворотнє перетворення. Застосування цього перетворення до пари «швидкість вітру – напруження» дозволяє отримати щільності ймовірності амплітуд напружень окремо для пластикових (рис. 4.7) та сталевих (рис. 4.8) елементів і для кожної кліматичної зони.

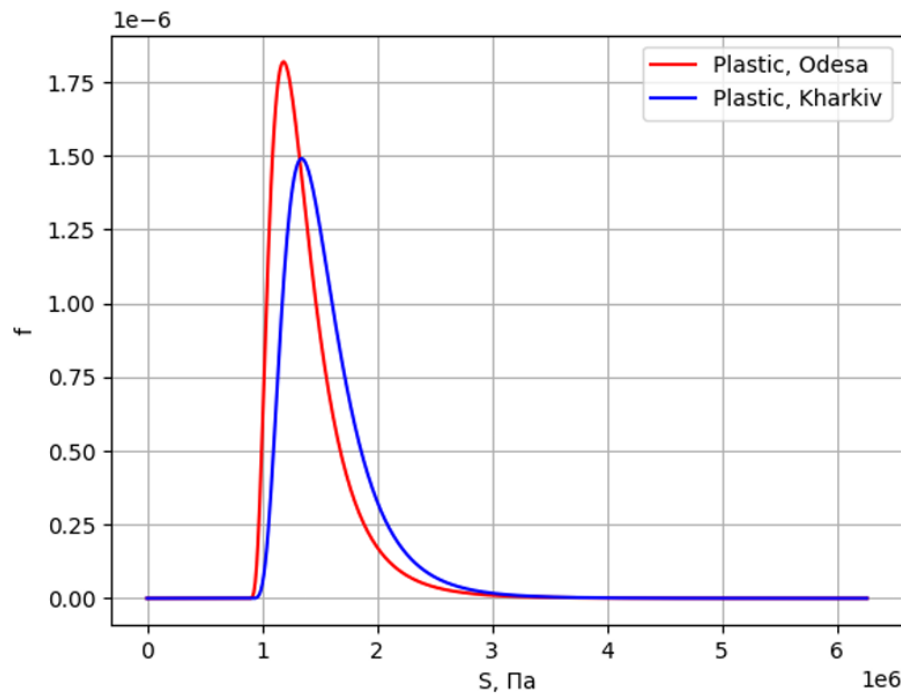


Рисунок 4.7 – Щільність розподілу ймовірності напружень у пластикових елементах

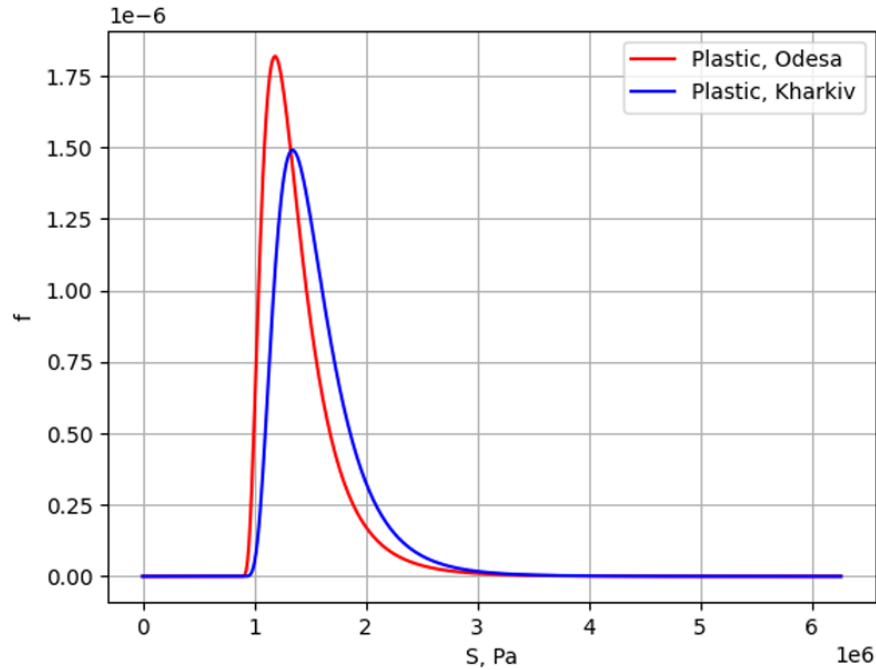


Рисунок 4.8 – Щільність розподілу ймовірності напружень у сталевих елементах

Визначення параметрів накопичення пошкоджень потребує знання спектральної щільності процесу навантаження, оскільки вона визначає несучу частоту коливань та коефіцієнт загасання кореляційної функції. Для опису флуктуацій швидкості вітру використано спектральну модель Каймала [130], яка належить до моделей, що враховують висотний профіль турбулентності. Урахування висотного профілю є необхідним для вертикальних роторів, елементи яких розташовані на різній висоті від поверхні землі. Спектральна щільність за моделлю Каймала має вигляд:

$$S(\omega) = \frac{2k\sigma_v^2}{(1 + 3k\omega)^{5/3}}, \quad (4.4)$$

де σ_v^2 – дисперсія швидкості вітру; $k = 2L/\bar{v}$; $L = 8,1d$ – інтегральний масштаб турбулентності; $d = 0,7Z$ – поздовжній масштаб; Z – висота ВЕУ над поверхнею

землі; \bar{v} – середня швидкість вітру; ω – кутова частота. Вибір саме цієї моделі обумовлений аналізом, проведеним у [131].

Несуча частота ω_e визначається як центр ваги спектральної щільності, тобто перший нормований момент:

$$\omega_e = \frac{\int_0^\infty \omega S(\omega) d\omega}{\int_0^\infty S(\omega) d\omega} \quad (4.5)$$

Декремент загасання коливань PLA-пластику, визначений експериментально у [132], становить $\delta = 0,418$, що майже на три порядки перевищує відповідний параметр для сталі ($\delta = 0,0009$). Для вузькосмугового процесу амплітуд напружень коефіцієнт загасання кореляційної функції ζ у формулі (4.9) визначається через декремент і несучу частоту як $\zeta = \delta\omega_e/(2\pi)$, що дозволяє узгодити експериментально встановлені демпфувальні характеристики матеріалу зі статистичним описом процесу деградації.

Розроблена методика реалізована у вигляді інтегрованого програмного комплексу, що поєднує САЕ-систему та скрипти мовою Python. Загальну блок-схему розрахункового підходу наведено на рис. 4.9. Алгоритм розрахунку включає наступну послідовність операцій. Спочатку виконується ініціалізація кліматичних даних: введення статистичних параметрів вітру для досліджуваного регіону (мода швидкості, стандартне відхилення). Далі формується масив значень швидкостей вітру згідно з логнормальним законом розподілу. Для кожного значення швидкості проводиться МСЕ-розрахунок напружено-деформованого стану конструкції та визначаються максимальні еквівалентні напруження за Мізесом у пластикових та сталевих елементах.

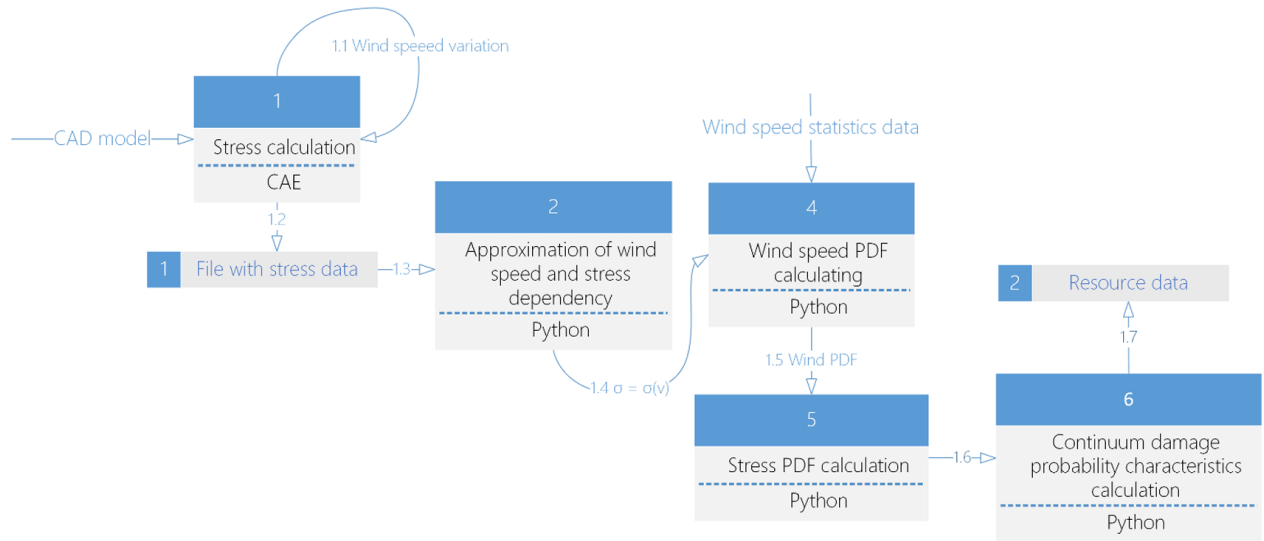


Рисунок 4.9 – Схема потоків даних розрахункового підходу

На основі серії розрахунків будується апроксимація передатної функції $\sigma = f(v)$, яка зв'язує швидкість вітру з напруженнями в небезпечних точках. Далі виконується трансформація щільності ймовірності швидкості вітру $f_v(v)$ у щільність ймовірності амплітуд напружень $f_\sigma(\sigma)$ та чисельне інтегрування для визначення m -го початкового моменту розподілу напружень:

$$\langle \sigma_a^m \rangle = \int_0^\infty \sigma_a^m \cdot f(\sigma_a) d\sigma_a \quad (4.6)$$

Цей момент є ключовою енергетичною характеристикою процесу навантаження, що безпосередньо входить у вирази для параметрів розподілу пошкоджень.

Відповідно до математичної постановки, викладеної у підрозділі 4.1, кінетичне рівняння накопичення пошкоджень у ймовірнісній постановці має вигляд:

$$D(t) = \eta \sum_{i=1}^K \sigma_a^m(t_i) \Delta t \quad (4.7)$$

За центральною граничною теоремою теорії ймовірностей, пошкоджувальність $D(t)$ підпорядковується нормальному закону Гаусса, і задача визначення ймовірнісних характеристик зводиться до обчислення параметрів розподілу. Математичне сподівання пошкодження:

$$m_D = \frac{\langle \sigma_a^m \rangle}{T_e N_0 \sigma_{-1}^m} t \quad (4.8)$$

Дисперсія пошкодження:

$$\sigma_D^2 = \frac{k_1^2}{\zeta^2} t, \quad (4.9)$$

де $k_1 = \frac{\langle \sigma_a^m \rangle}{T_e N_0 \sigma_{-1}^m}$, а ζ – коефіцієнт загасання кореляційної функції процесу амплітуд навантаження. Застосовність наведеного аналітичного розв'язку обумовлена двома припущеннями. По-перше, кінетичне рівняння пошкоджуваності є лінійним за похідною від D , а коефіцієнти зносу та дифузії – постійними. По-друге, гарантований ресурс має істотно перевищувати характерний час кореляції огибаючої навантаження: $T_{gar}/\tau_{кор} \gg 100$. Ця нерівність забезпечує накопичення великої кількості статистично незалежних доданків у сумі пошкоджень $D(t) = \eta \sum_{i=1}^K \sigma_a^m(t_i) \Delta t$, що є необхідною умовою застосування центральної граничної теореми та подання $f_D(D, t)$ нормальним законом.

Одновимірною щільністю ймовірності пошкодження як функцією пошкодження та часу має вигляд:

$$f_D(D, t) = \frac{\zeta}{\sqrt{2\pi}k_1\sqrt{t}} \exp\left(-\frac{\zeta^2(D - k_1t)^2}{2k_1^2t}\right) \quad (4.10)$$

На основі відомих ймовірнісних параметрів пошкодження визначаються критерії ресурсу: середній ресурс – з умови $m_D(T_{mean}) = 1$; гарантований ресурс – з умови $m_D(T_{gar}) + 3\sigma_D(T_{gar}) = 1$; максимальний ресурс – з умови $m_D(T_{max}) - 3\sigma_D(T_{max}) = 1$.

Порівняльний аналіз ресурсу несучої конструкції ВЕУ виконано для двох міст України з різними вітровими режимами. Результати моделювання продемонстрували суттєвий вплив кліматичних умов на довговічність конструкції з PLA-пластику. Розрахунковий гарантований ресурс пластикових елементів для умов Харкова становить близько 42 років, тоді як для умов Одеси – близько 10 років (табл. 4.2).

Таблиця 4.2 – Порівняння прогнозованого ресурсу конструкції для різних кліматичних зон

Матеріал	Ресурс (Харків), роки	Ресурс (Одеса), роки
PLA-пластик	42	10
Сталь	>>100	>>100

Отримана більш ніж чотириразова різниця в ресурсі пояснюється нелінійною залежністю втомного пошкодження від рівня напружень. Показник степеня кривої втоми для PLA-пластику становить $m = 5.4$. У поєднанні з квадратичною залежністю аеродинамічного тиску від швидкості це означає, що зростання моди розподілу швидкості вітру навіть на 1-2 м/с призводить до значного збільшення амплітуд циклічних напружень та різкого зменшення

прогнозованого ресурсу. Підсилюючись степеневим законом втоми, це значно інтенсифікує процес накопичення пошкоджень. Для сталевих болтів розрахунковий ресурс перевищує 100 років для обох кліматичних зон, що підтверджує лімітуючу роль саме PLA-елементів у визначенні ресурсу конструкції.

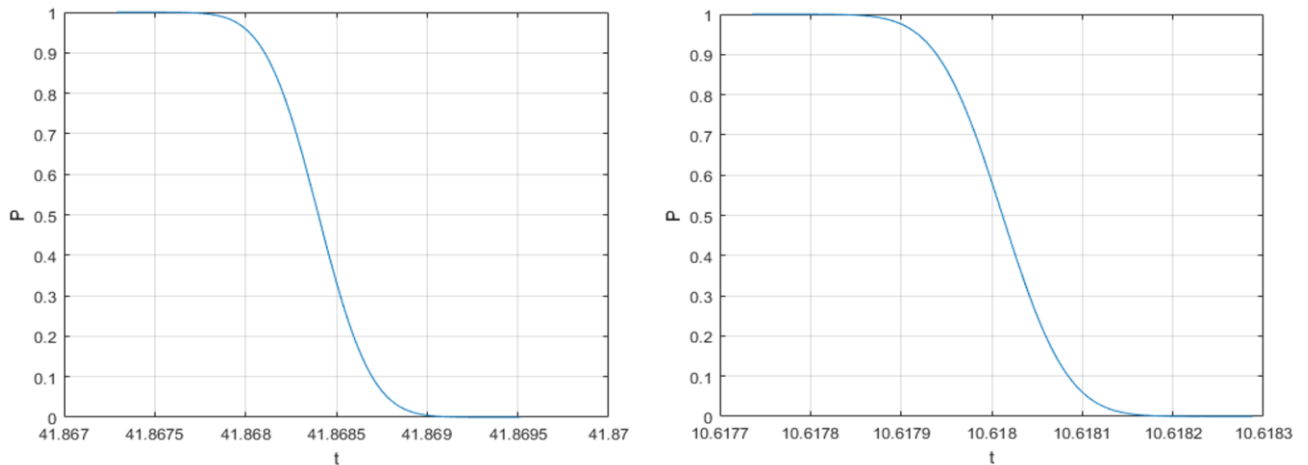


Рисунок 4.10 – Залежність функції надійності конструкції від часу для Харкова та Одеси

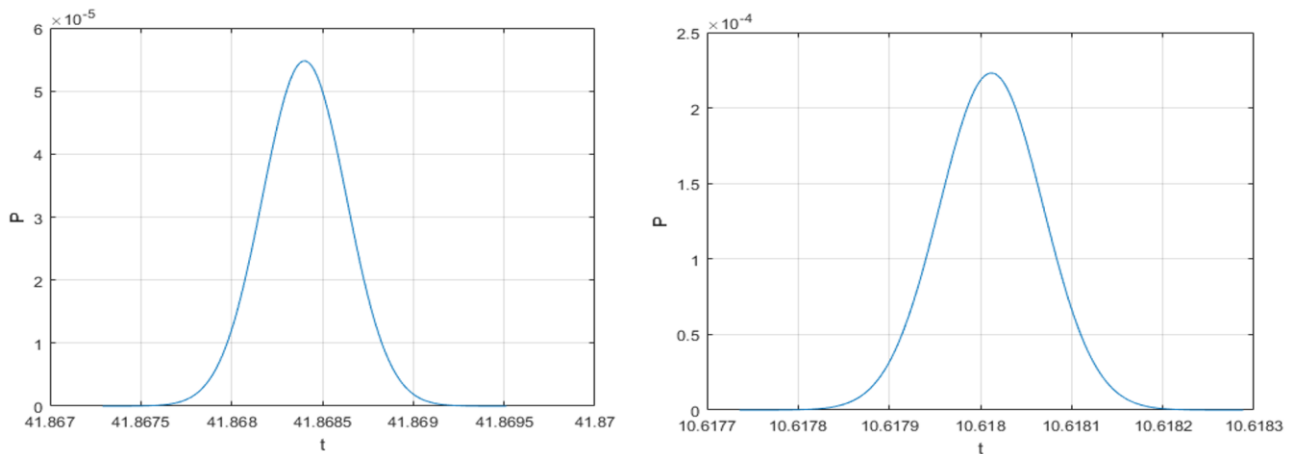


Рисунок 4.11 – Щільність розподілу ймовірності залишкового ресурсу для Харкова та Одеси

На рис. 4.10 наведено графіки ймовірності безвідмовної роботи для PLA-пластику в умовах Харкова та Одеси. Як видно з графіків, криві мають характерний S-подібний вигляд: початкова горизонтальна ділянка відповідає гарантованому ресурсу, після якого ймовірність безвідмовної роботи починає стрімко знижуватися. Щільність ймовірності відмов (рис. 4.11) демонструє розподіл моменту руйнування: для Харкова максимум щільності припадає на час близько 42 років, тоді як для Одеси – близько 10 років. Вузкий діапазон розкиду навколо середнього є наслідком великого числа циклів, накопичених за гарантований ресурс, та лінійного зростання дисперсії пошкодження з часом.

Швидкість накопичення пошкоджень визначається початковим моментом m -го порядку розподілу амплітуд напружень $\langle \sigma_a^m \rangle$, який нелінійно залежить від параметрів розподілу швидкості вітру. Оскільки тиск вітру пропорційний квадрату швидкості ($P \sim v^2$), а напруження є лінійною функцією тиску, амплітуди напружень масштабуються квадратично зі швидкістю; тому m -й момент напружень пропорційний моменту порядку $2m$ розподілу швидкостей. Для PLA-пластику ($m = 5,4$) ресурс обернено пропорційний моменту порядку 10,8.

Додатково на ресурс впливає форма «хвостів» розподілу швидкості: важкий правий хвіст збільшує значення вищих моментів і знижує ресурс. Природна важкохвостість логнормального розподілу, обраного у роботі, пояснює, чому при відносно невеликій різниці мод швидкості між Харковом ($M = 2,37$ м/с) та Одесою ($M = 3,9$ м/с) прогнозований ресурс відрізняється приблизно у чотири рази.

Коефіцієнт загасання кореляційної функції ζ , який входить у вираз для дисперсії пошкодження, залежить від демпфуючих властивостей матеріалу. Високе значення декременту загасання PLA-пластику $\delta = 0.418$ у порівнянні зі сталлю $\delta = 0.0009$, означає, що коливання пластикових елементів загасають значно швидше. Це з одного боку зменшує амплітуди стаціонарних вібрацій, але

з іншого – збільшує ширину смуги частот відгуку. Цей ефект враховується через спектральну щільність навантаження та несучу частоту, яка визначається як центр ваги спектра.

Дисперсія пошкодження зростає лінійно з часом, що характерно для процесів дифузійного типу. Розкид значень накопиченого пошкодження збільшується в процесі експлуатації, що призводить до розширення зони невизначеності у прогнозі ресурсу. Ця властивість – гетероскедастичність процесу пошкодження – є фундаментальною характеристикою втомних процесів і має бути врахована при переході до більш точних моделей прогнозування, зокрема тих, що базуються на сурогатному моделюванні.

Результати дослідження свідчать про те, що застосування ймовірнісних методів дозволяє виявити чутливість ресурсу вітрогенераторів до локальних вітрових умов, яку неможливо врахувати в рамках детермінованих підходів із використанням лише номінальної швидкості вітру. Використання біорозкладного PLA-пластику є прийнятним для конструкцій малого вітроенергетичного класу, проте потребує розрахунку ресурсу для конкретної зони встановлення. Отримані дані обґрунтовують необхідність регіональної адаптації конструкцій ВЕУ: для зон з інтенсивнішими вітрами доцільним є підсилення перерізів або використання матеріалів з вищим опором втомі, тоді як для менш навантажених зон базова конструкція забезпечує достатній запас ресурсу.

Розроблений програмний комплекс дозволяє виконувати варіантний аналіз ресурсу конструкції при зміні кліматичних параметрів, геометрії елементів або матеріалів. Інтеграція МСЕ-розрахунків з ймовірнісним аналізом забезпечує комплексний підхід до оцінки довговічності, де враховуються як конструктивні особливості (концентрація напружень у з'єднаннях), так і стохастична природа зовнішнього впливу (випадковий характер вітрового навантаження). Такий підхід створює передумови для подальшого розвитку методів прогнозування із залученням сурогатного моделювання та методів машинного навчання, зокрема

регресії гаусівських процесів. Водночас нормальний розподіл пошкоджень, отриманий за центральною граничною теоремою, є наслідком лінійності кінетичного рівняння. Для перевірки застосовності підходу до нелінійних моделей деградації та демонстрації його загальності далі розглядається задача прогнозування ресурсу лопатки газової турбіни із застосуванням теорії марківських процесів.

4.3 Застосування теорії марківських процесів до опису еволюції пошкоджень на прикладі лопатки газової турбіни

Підхід, розглянутий у попередньому підрозділі, базується на нормальному розподілі пошкоджень, що є наслідком центральної граничної теореми. Для підвищення точності моделювання доцільним є перехід до більш загального опису еволюції стану через теорію марківських процесів, яка дозволяє врахувати нелінійність кінетичного рівняння пошкодження.

Реальні умови експлуатації робочих лопаток турбін характеризуються випадковими пульсаціями навантажень, що призводить до випадкових коливань конструкції та, як наслідок, до стохастичного характеру процесу накопичення втомних пошкоджень. Властивості та параметри конструкцій відрізняються від об'єкта до об'єкта і здатні змінюватися з часом випадковим чином, що вимагає розгляду задачі надійності у ймовірнісній постановці [6]. Задача прогнозування надійності лопатки турбіни формулюється для поступових відмов (класифікацію яких наведено у п. 4.1), оскільки саме вони визначають експлуатаційний ресурс.

Відповідно до загальної постановки задачі надійності (п. 2), стан лопатки описується скалярним параметром пошкоджуваності $D(t) \in [0,1]$, де $D = 0$ відповідає бездефектному стану, а $D = 1$ – руйнуванню.

Наведений формалізм є конкретизацією загальної постановки, викладеної у п. 2, стосовно задачі лопатки турбіни. Оскільки функція пошкодження D є

випадковим процесом, визначення надійності формулюється як інтегральний вираз:

$$P(t) = Pr[0 \leq D(t) \leq 1] = \int_0^1 f_D(D, t) dD, \quad (4.11)$$

де $f_D(D, t)$ – одновимірна щільність ймовірності параметра пошкодженості. Інтегрування у скінченних межах $[0, 1]$ виключає нефізичну частину носія нормальної апроксимації за межами області допустимих значень D . Така постановка дає змогу прогнозувати надійність за обмежених статистичних даних, що є типовою ситуацією для лопатевих апаратів через високу вартість натурних випробувань.

Головна проблема полягає у тому, що щільність ймовірності пошкодження $f_z(D, t)$ є невідомою. Пряме отримання цієї функції через статистичну обробку експериментальних даних пов'язане з необхідністю проведення тривалих і дорогавартісних натурних випробувань великих партій лопаток. Тому задача пошуку розподілу пошкоджень є актуальною науковою проблемою, для вирішення якої доцільно застосувати теорію марківських процесів.

Для знаходження поточного значення міри пошкоджень $D(t)$ використовується кінетичне рівняння пошкоджуваності (КРП). Нехай процес навантаження $y(t)$, що визначає вібрацію лопатки, є вузькосмуговим випадковим процесом з огинаючою $\lambda(t)$ та несучою частотою ω . Це припущення є обґрунтованим, оскільки лопатки турбін є високодобротними коливальними системами, які фільтрують широкий спектр аеродинамічних збуджень, виділяючи вузьку смугу частот поблизу власних резонансів.

Для випадку багатоциклової втоми, що є основним механізмом пошкодження лопаток турбін, КРП у лінійній постановці, що відповідає модифікованій гіпотезі Палмгрена-Майнера, визначається як:

$$\frac{dD(t)}{dt} = C\lambda^m, \lambda \geq \sigma_{-1}, C = \frac{\omega}{2\pi N_0 \sigma_{-1}^m}, \quad (4.12)$$

де N_0 , σ_{-1} , m – константи кривої Велера (N_0 – базова кількість циклів, σ_{-1} – границя витривалості, m – показник степеневі апроксимації); ω – несуча частота вузькосмугового процесу; $\lambda(t)$ – огибаюча. Поріг $\lambda \geq \sigma_{-1}$ враховує те, що цикли з амплітудою нижче границі витривалості пошкоджуваності не накопичують. У подальшому виведенні коефіцієнтів A_L, B_L використано наближення $\lambda \gg \sigma_{-1}$, при якому нижню межу інтегрування за λ можна замінити нулем без помітної втрати точності для розглянутих рівнів напружень.

Оскільки λ є випадковою величиною, КРП перетворюється на стохастичне диференціальне рівняння, розв’язок якого дає не єдину криву накопичення пошкоджень, а пучок траєкторій. Для застосування апарату марківських процесів необхідне виконання умови квазімарківськості. Процес $D(t)$, швидкість якого описується рівнянням КРП, може розглядатися як одновимірний марківський для часових інтервалів Δt , які задовольняють нерівність:

$$\tau_c \gg \Delta t \gg \tau_k, \quad (4.13)$$

де τ_c – стала часу системи, що значно перевищує 10^7 циклів; τ_k – час кореляції огибаючої $\lambda(t)$, що має порядок десятків циклів. Виконання цієї нерівності дозволяє знехтувати післядією та вважати, що ймовірнісний стан системи в майбутній момент часу залежить лише від поточного стану.

У роботі [27] запропоновано підхід до прогнозування надійності на основі двовимірного марківського процесу $[D(t), \lambda(t)]$, одновимірна щільність ймовірності якого $f(D, \lambda, t)$ задовольняє рівняння ФПК:

$$\frac{\partial f(D, \lambda, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \lambda} [A_1(\lambda)f] - \frac{\partial}{\partial D} [A_2(\lambda, D)f] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} [B(\lambda)f], \quad (4.14)$$

де коефіцієнти $A_1(\lambda)$ та $B(\lambda)$ описують динаміку огинаючої навантажень, а $A_2(\lambda, D)$ – швидкість накопичення пошкоджень відповідно до обраної гіпотези. Граничні умови формулюються з фізичної сутності задачі:

$$\lim_{D, \lambda \rightarrow 0, \infty} f(D, \lambda, t) = 0, \quad (4.15)$$

а початкові умови задаються виразом $\lim_{t \rightarrow 0} f(D, \lambda, t) = f_0(D)f_0(\lambda)$, де $f_0(D)$ та $f_0(\lambda)$ – відповідно початкове значення щільності міри пошкоджень та щільність ймовірності огинаючої.

Одновимірне рівняння ФПК, загальну форму якого було введено у п. 1.4, для даної задачі набуває вигляду:

$$\frac{\partial f(D, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial D} [A(D)f(D, t)] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial D^2} [B(D)f(D, t)] = -\frac{\partial}{\partial D} G(D, t), \quad (4.16)$$

де $A(D) = \kappa_1$ – коефіцієнт зносу, що характеризує середню швидкість накопичення пошкоджень; $B(D) = \kappa_2$ – коефіцієнт дифузії, який описує розсіювання ймовірності навколо середнього значення. Потік ймовірності визначається виразом:

$$G(D, t) = A(D)f(D, t) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial D} [B(D)f(D, t)]. \quad (4.17)$$

Граничні умови відсутності потоку ймовірності через межі області: $\lim_{D \rightarrow 0} G(D, t) = 0$ та $\lim_{D \rightarrow \Delta} G(D, t) = 0$. Початкова умова $\lim_{t \rightarrow 0} f(D, t) = f_0(D)$ відображає бездефектний стан матеріалу на початку експлуатації.

Якщо процес $y(t)$ є нормальним, то огинаюча $\lambda(t)$ підпорядковується закону розподілу Релея. Для лінійного випадку КРП коефіцієнти зносу та дифузії рівняння ФПК є константами і визначаються наступним чином:

$$A_L = C(2\sigma_\lambda^2)^{m/2} \Gamma(m/2 + 1) \quad (4.18)$$

$$B_L = \frac{C^2(2\sigma_\lambda^2)^m}{\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left\{ \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^{kn}}{(n-k)!(k!)^2} \Gamma\left(\frac{m}{2} + k + 1\right) \right\}^2, \quad (4.19)$$

де $\Gamma(\cdot)$ – повна гамма-функція Ейлера; σ_λ^2 – дисперсія амплітуди навантаження; α – коефіцієнт згасання кореляційної функції огинаючої, $K_\lambda(\tau) = \langle \lambda \rangle^2 e^{-\alpha|\tau|}$; m – показник кривої Велера.

Для двовимірної постановки задачі коефіцієнт $A_2(\lambda, D)$ залежить від обраної гіпотези накопичення пошкоджень. Для лінійної гіпотези: $A_2 = C\lambda^r$, а для автотомельної: $A_2(D) = CD\lambda^r$. Синтез формуючих фільтрів для огинаючої здійснюється на основі системи розподілів Пірсона, що дає β -розподіл, а коефіцієнти $A_1(\lambda)$ та $B(\lambda)$ мають вигляд:

$$A_1(\lambda) = -\frac{\beta(\beta-1)}{2(p-1)}[q + p\lambda], B(\lambda) = \frac{\beta\lambda(\lambda-\Delta)}{p-1}, \quad (4.20)$$

де β , q , p – параметри β -розподілу. З аналізу формул для A_L та B_L випливає нелінійна залежність обох коефіцієнтів від показника кривої втоми m . Оскільки для металевих сплавів лопаток значення m зазвичай знаходиться в межах 3-10,

навіть незначні зміни в дисперсії навантаження σ_λ^2 призводять до зростання як середньої швидкості пошкодження, так і розсіювання ресурсу.

Для розв'язання рівняння ФПК застосовується метод характеристичних функцій. Характеристична функція $\Theta(\omega, t)$ визначається як перетворення Фур'є від щільності ймовірності:

$$\Theta(\omega, t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega D} f(D, t) dD \quad (4.21)$$

Відповідно до методу, рівняння ФПК множиться на $e^{i\omega D}$ та інтегрується по D в межах $[0, \Delta]$. Після інтегрування частинами з урахуванням граничних умов отримується:

$$\frac{\partial \Theta(\omega, t)}{\partial t} = i\omega \int_0^\Delta e^{i\omega D} A(D, t) f(D, t) dD - \frac{\omega^2}{2} \int_0^\Delta e^{i\omega D} B(D, t) f(D, t) dD \quad (4.22)$$

У лінійному випадку, коли коефіцієнти ФПК є константами $A(D, t) = A_L = \text{const}$, $B(D, t) = B_L = \text{const}$, рівняння спрощується з використанням визначення характеристичної функції:

$$\frac{\partial \Theta(\omega, t)}{\partial t} = \left(i\omega A_L - \frac{\omega^2}{2} B_L \right) \Theta(\omega, t) \quad (4.23)$$

Розв'язок цього звичайного диференціального рівняння першого порядку:

$$\Theta(\omega, t) = \Theta_0 \exp \left[\left(i\omega A_L - \frac{\omega^2}{2} B_L \right) t \right] \quad (4.24)$$

Вводячи позначення $m_D = A_L t$ та $\sigma_D^2 = B_L t$, цей вираз набуває форми:

$$\theta(\omega, t) = \theta_0 \exp\left(im_D \omega - \frac{\sigma_D^2 \omega^2}{2}\right) \quad (4.25)$$

Цей вираз являє собою характеристичну функцію нормального закону розподілу. Таким чином, розв'язком рівняння ФПК при постійних коефіцієнтах A_L і B_L , що відповідають лінійній гіпотезі накопичення пошкоджень, є нормальний закон розподілу:

$$f(D, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_D^2}} \exp\left(-\frac{(D - m_D)^2}{2\sigma_D^2}\right), \quad (4.26)$$

де $m_D = A_L t$, $\sigma_D^2 = B_L t$. Цей результат є фундаментальним: незважаючи на складність мікромеханізмів втоми, макроскопічний розподіл пошкоджень в ансамблі однотипних лопаток еволюціонує за нормальним законом з параметрами, що лінійно зростають з часом.

Для двовимірної постановки задачі розв'язок рівняння ФПК представляється у формі, що дозволяє досягти збіжності одновимірних щільностей $\lambda(t)$ та $D(t)$, кореляційного моменту, а також математичних сподівань та дисперсій:

$$f(D, \lambda, t) = f(\lambda)f(D, t)[1 + R(t)(\lambda - m_\lambda)(D - m_D)], \quad (4.27)$$

де $R(t) = \mu_{\lambda D}/(\sigma_\lambda \sigma_D)$ – коефіцієнт кореляції; $\mu_{\lambda D}$ – змішаний момент. Далі інтегрування рівняння ФПК по λ у межах $[0, \infty)$ та подальше представлення щільності ймовірності через значення характеристичної функції в дискретному ряді точок дозволяє отримати систему звичайних диференціальних рівнянь. Для лінійної моделі накопичення пошкоджень коефіцієнти цієї системи визначаються

через початкові моменти r -го та $(r+1)$ -го порядків огинаючої: $a_1 = C m_\lambda^r$, $a_2 = C m_\lambda^{r+1}$.

Числове застосування формалізму вимагає визначення трьох груп параметрів: статистичних характеристик амплітуди $\lambda(t)$, несучої частоти ω та параметрів кривої Велера (N_0, σ_{-1}, m) матеріалу лопатки. Несуча частота визначається частотою аеродинамічного збудження від проходу через сліди направляючих лопаток і обчислюється як $\omega = 2\pi n Z_d$, де $n = 50$ Гц – частота обертання ротора, $Z_d = 68$ – кількість направляючих лопаток статора; для розглянутої конфігурації $\omega \approx 2,14 \cdot 10^4$ рад/с. Для оцінки амплітуд напружень у небезпечних зонах застосовано метод скінченних елементів (МСЕ): тривимірне моделювання дає змогу врахувати концентрації у галтелях і переходах до хвостовика, які визначають реальний рівень напружень.

Побудова геометричної моделі лопатки виконується за алгоритмом, схема якого наведена на рис. 4.12. Координати точок перерізів пера зчитуються з конструкторського креслення скриптами мовою Python; на їх основі синтезується макрокود мовою APDL, що формує тривимірну модель в САЕ-системі. Для імітації групової роботи лопаток у вінці використано модель з бандажними полицями Z-подібного профілю, характерного для облопачування турбомашин середнього і високого тиску. Бандажну полицю поділено на дві частини: одна жорстко з'єднана з досліджуваною лопаткою, друга імітує контактну поверхню сусідньої лопатки; до останньої прикладено умови симетрії. Між зубцями полиць задано контакт із тертям, коефіцієнт прийнято $\mu = 0,15$ за трибологічними даними для нержавіючої сталі при робочій температурі [125]; це забезпечує врахування дисипації енергії та залежності жорсткості з'єднання від рівня контактного тиску.

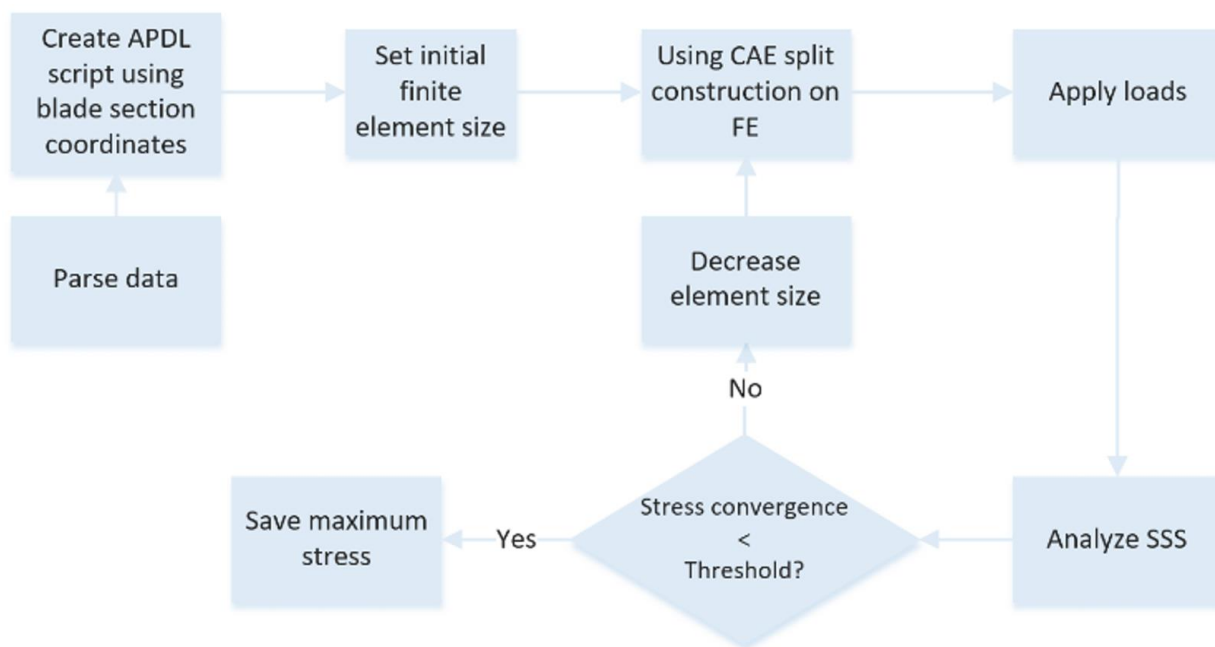


Рисунок 4.12 – Схема побудови моделі лопатки газової турбіни

Якість дискретизації безпосередньо впливає на точність визначення градієнтів напружень у зонах концентрації (галтелі, переходи до хвостовика та контакт бандажних полиць). Для перевірки збіжності проведено серію розрахунків зі зменшенням характерного розміру скінченного елемента у тілі пера: 10 мм, 5 мм та 2 мм; локальне згущення в зоні контакту полиць – до 0.8 мм. Максимальне еквівалентне напруження за Мізесом склало 560.32 МПа, 509.53 МПа та 501.86 МПа відповідно. Відносна різниця між двома послідовними рівнями подрібнення зменшується від 9.1 % до 1.5 %, що відповідає критерію збіжності. Як робочу обрано сітку з елементом 5 мм у тілі пера: вона забезпечує прийнятну похибку при істотно нижчих обчислювальних витратах, оскільки подальше згущення до 2 мм змінює напруження лише на 1.5 %. Скінченно-елементну сітку лопатки наведено на рис. 4.13.



Рисунок 4.13 – Скінченно-елементна сітка лопатки

Для моделювання роботи лопатки на основу, де має знаходитися вал, накладається закріплення (умова защемлення хвостовика). На поверхні лопатки діють такі навантаження: тиск 1 МПа на стороні спинки та 1.029 МПа на стороні корита, а також відцентрова сила, задана в напрямку осі Z. Різниця тисків створює згинальний момент, що разом з відцентровими силами формує складний напружено-деформований стан.

Поля напружень за критерієм фон Мізеса (рис. 4.14) локалізують зону максимального навантаження у нижній третині пера лопатки на ввігнутій стороні (кориті), де поєднуються згинальні напруження від тиску робочого тіла та осьові розтягувальні напруження від відцентрової сили. Як характеристику рівня навантаження для подальшого ймовірнісного аналізу прийнято $\sigma_{max} = 509,53$ МПа (робоча сітка 5 мм; результат на сітці 2 мм відрізняється у межах 1,5 % і використовувався лише як контроль збіжності, див. вище).

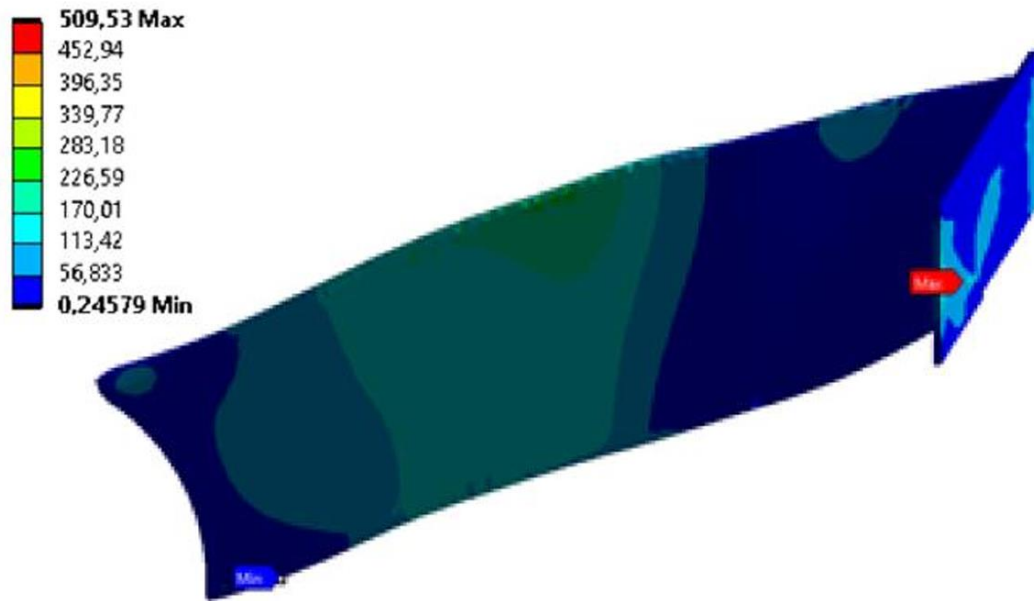


Рисунок 4.14 – Розподіл напружень за Мізесом, МПа

Розв'язок задачі надійності вимагає характеристик амплітуди напружень як випадкового процесу. За припущенням нормальності процесу навантаження $y(t)$ огибаюча $\lambda(t)$ підпорядковується розподілу Релея, повністю визначеному дисперсією σ_λ^2 . Скінченно-елементний аналіз дає детермінований максимум $\sigma_{max} = 509,53$ МПа. Декомпозицію виконано двома окремими статичними розрахунками: при дії лише статичного перепаду тиску $\Delta p = 0,029$ МПа на стороні корита (без відцентрової сили) максимум складає $\sigma_p \approx 89,3$ МПа, а решта $\sigma_{max} - \sigma_p \approx 420,2$ МПа припадає на відцентрову складову. Така декомпозиція є коректною за умови лінійно-пружної постановки задачі. Оскільки відцентрова сила за сталої частоти обертання вважається детермінованою, стохастичний характер визначається пульсаціями газового потоку. Для оцінки чутливості ресурсу до інтенсивності пульсацій розглянуто три сценарії, що відповідають різним часткам $k \in \{0,25; 0,50; 1,00\}$ компоненти від тиску, віднесеної до динамічних коливань:

$$\lambda(k) = \sigma_{max} - \sigma_p(1 - k) \quad (4.28)$$

Сценарій $k = 0,25$ відповідає переважанню статичної складової від тиску і помірних пульсацій ($\lambda = 442,55$ МПа), $k = 1,00$ – повному перенесенню компоненти від тиску у динамічну амплітуду ($\lambda = 509,53$ МПа), що є консервативною верхньою оцінкою. Дисперсію Релєєвої огибаючої оцінено за правилом трьох сигм:

$$\sigma_\lambda^2 = (\lambda/3)^2, \quad (4.29)$$

що інтерпретує MSE-максимум як значення 3σ ансамблю реалізацій. Розрахункові значення для трьох сценаріїв: $\sigma_\lambda^2 = 21,76 \cdot 10^3$ МПа² ($k = 0,25$), $24,00 \cdot 10^3$ МПа² ($k = 0,50$), $28,85 \cdot 10^3$ МПа² ($k = 1,00$).

У границі витривалості необхідно врахувати вплив середніх статичних напружень. Для пластичних матеріалів лопаток ефективно використовується параболічна діаграма Гербера:

$$\sigma_R = \sigma_{-1} \cdot \left[1 - \left\{ \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_B} \right)^2 \right\} \right], \quad (4.30)$$

де σ_m – середні напруження; σ_B – границя міцності; σ_{-1} – початкова границя витривалості. Скориговане значення σ_R підставляється замість σ_{-1} у формулу для константи C кінетичного рівняння. Як матеріал лопатки обрано нержавіючу сталь. Параметри моделі зведені у табл. 4.3, які було наведено в роботах [127,132].

Таблиця 4.3 – Властивості матеріалу та параметри моделі

Параметр	Значення
Дисперсія амплітуди, σ_λ^2	$20.12 \cdot 10^{15} / 24 \cdot 10^{15} / 28.85 \cdot 10^{15}$ МПа
Коефіцієнт згасання, α	1000
Показник кривої Велера, m	6.9
Середні напруження, σ_m	509.53 МПа
Початкова границя витривалості, σ_{-1}	190 МПа
Границя міцності, σ_B	586 МПа
Скоригована границя витривалості, σ_R	46.4 МПа

Як видно з табл. 4.3, три розглянуті варіанти дисперсії амплітуди відповідають різним рівням урахування газодинамічного впливу. Розкид значень дисперсії дозволяє оцінити чутливість показників надійності до параметрів навантаження.

Автоматизована процедура обробки результатів реалізована мовою Python з використанням бібліотек NumPy [133] та SciPy [134]. Схема обробки результатів наведена на рис. 4.15.

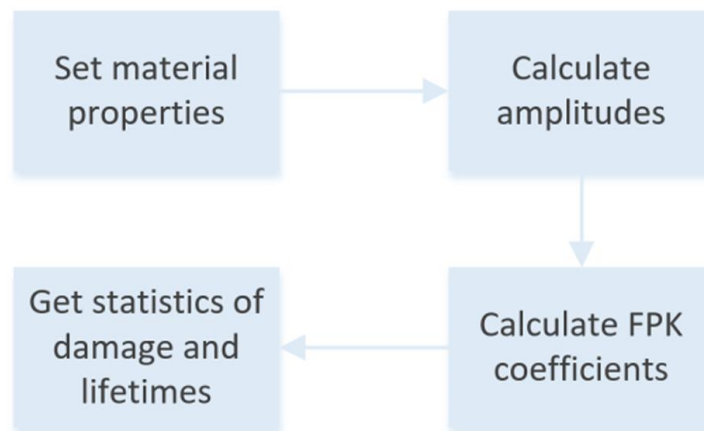


Рисунок 4.15 – Схема обробки результатів МСЕ-розрахунку та обчислення показників надійності

Функція надійності $P(t)$ обчислюється інтегруванням знайденої щільності ймовірності пошкодження $f(D, t)$ за формулою (2.1). Щільність ймовірності відмов визначається як: Щільність ймовірності відмов визначається як:

$$q(t) = -\frac{dP(t)}{dt} \quad (4.31)$$

Середній ресурс обчислюється як перший момент розподілу щільності ймовірності відмов:

$$m_T = \int_0^{\infty} tq(t)dt. \quad (4.32)$$

Гарантований та максимальний ресурс визначаються як час, у який площа під кривою щільності ймовірності відмов перестане бути нульовою та стає рівною одиниці відповідно.

Графічна інтерпретація результатів (рис. 4.16) демонструє еволюцію функції щільності ймовірності $f(D, t)$. На початкових етапах експлуатації крива розподілу є вузьким піком, зосередженим біля нуля. З плином часу пік зміщується вправо, що відповідає зростанню середнього пошкодження m_D , і одночасно розширюється, що відповідає зростанню дисперсії σ_D^2 . Це розширення є проявом дії дифузійного члена рівняння ФПК і відображає зростаючу невизначеність стану лопатки: навіть ідентичні лопатки через випадковість навантаження матимуть різний рівень пошкодження.

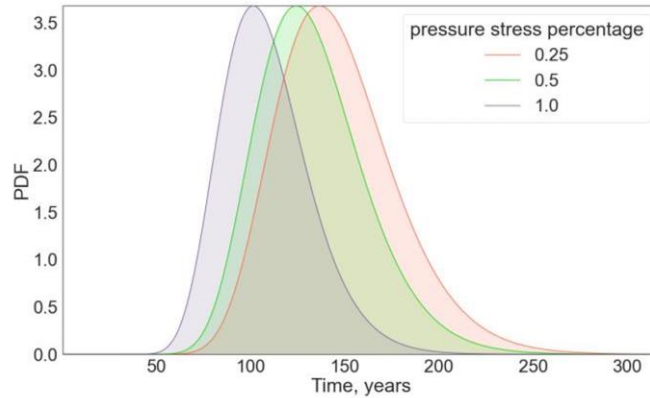


Рисунок 4.16 – Щільність ймовірності пошкодження

Порівняльний аналіз результатів для трьох розглянутих рівнів дисперсії навантаження (рис. 4.17) виявляє нелінійність: збільшення амплітуди пульсацій тиску (перехід від сценарію 25 % до 100 %) призводить до падіння розрахункового ресурсу за степеневим законом через показник m у формулах для A_L та B_L . Різниця між середнім та гарантованим ресурсом зростає при збільшенні дисперсії навантаження, що свідчить про те, що в умовах високої турбулентності потоку орієнтація лише на середній ресурс є небезпечною, оскільки частина лопаток може вийти з ладу задовго до вичерпання середнього розрахункового часу.

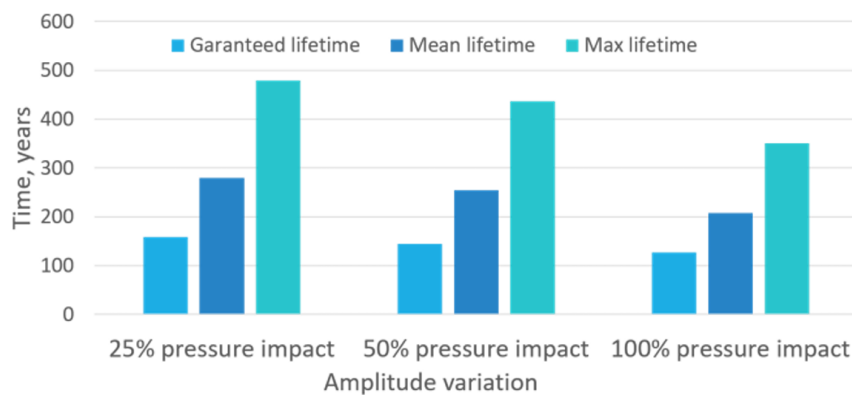


Рисунок 4.17 – Порівняння гарантованого, середнього та максимального ресурсів

Отримана аналітична модель у вигляді нормального розподілу пошкоджень, параметри якого калібруються за допомогою тривимірного скінченно-елементного аналізу, надає інструмент для ймовірнісного проектування. Вона дозволяє не лише оцінити середній час життя деталі, але й кількісно охарактеризувати ризики ранніх відмов, що є неможливим у рамках детермінованих методів. Припущення про квазімарківську природу процесу накопичення пошкоджень є працездатним і дозволяє описати еволюцію щільності ймовірності міри пошкоджень за допомогою рівняння ФПК.

Застосування методу характеристичних функцій дозволяє уникнути складних чисельних методів розв'язання рівнянь у частинних похідних на кожному кроці та звести задачу оцінки надійності до обчислення двох параметрів A_L та B_L . Для лінійної моделі ці параметри є константами, що спрощує розрахунки. Для автотомельної моделі, розв'язок є більш складним і вимагає чисельного інтегрування системи звичайних диференціальних рівнянь, проте алгоритм залишається обчислювально ефективним.

Тривимірне скінченно-елементне моделювання із врахуванням контактної взаємодії бандажних полиць забезпечує реалістичне визначення вхідних даних стохастичної моделі. Результати дослідження збіжності сітки підтверджують достатню точність обраної дискретизації: відносна похибка між двома останніми рівнями подрібнення сітки становить 1.5 %. Аналіз впливу рівня дисперсії навантаження на показники надійності демонструє критичну залежність від коректного визначення амплітуд динамічних напружень, що у перспективі може бути покращено за допомогою сумісного застосування методів обчислювальної газодинаміки для визначення спектра пульсацій тиску та методів машинного навчання для апроксимації залежностей між параметрами потоку та відгуком конструкції.

Запропонований підхід може бути адаптований для різних типів турбін шляхом зміни параметрів навантаження та властивостей матеріалу, залишаючи

незмінним математичне ядро методу – рівняння ФПК та його розв'язок методом характеристичних функцій. Для парових турбін, де основним механізмом пошкодження також є багатоциклова втома, методика залишається повністю застосовною за умови відповідного калібрування параметрів матеріалу та навантаження. Корозійно-втомні відмови рухомих лопаток, описані у [99], можуть бути враховані через відповідну модифікацію кінетичного рівняння пошкоджуваності. Вплив частоти навантаження на втомну міцність, досліджений у [135], також може бути інкорпорований у модель через коригування константи C у КРП.

Водночас аналітичний розв'язок рівняння ФПК є можливим лише для обмеженого класу кінетичних рівнянь. Для складніших моделей деградації, зокрема при наявності гетероскедастичного шуму, необхідний перехід до гнучкіших непараметричних методів, що мотивує застосування регресії гаусівських процесів.

4.4 Регресія гаусівських процесів та ланцюгова регресія гаусівських процесів для моделювання гетероскедастичних даних

Аналітичний розв'язок рівняння ФПК (2.7) та його двовимірних узагальнень, розглянутих у п. 4.3, можливий лише для обмеженого класу кінетичних рівнянь з постійними коефіцієнтами зносу та дифузії. Для нелінійних кінетичних законів, характерних для реальних процесів деградації, аналітичні методи стають непридатними. У таких випадках доцільним є використання сурогатних моделей, що апроксимують розв'язок задачі прогнозування статистичними методами на основі наявних даних. Серед таких підходів регресія на основі гаусівських процесів виокремлюється тим, що надає не точкову оцінку, а повний апостеріорний розподіл, який природно відповідає потребам ймовірнісного прогнозування ресурсу.

Задача сурогатного прогнозування, сформульована у п. 2.3, розв'язується у цьому та наступному підрозділах засобами регресії гаусівських процесів. Метод регресії гаусівських процесів є непараметричним байєсівським підходом до моделювання залежностей, що оперує безпосередньо у просторі функцій. Гаусівський процес визначається як набір випадкових величин, будь-яка скінченна підмножина яких має спільний багатовимірний нормальний розподіл. Ця властивість забезпечує аналітичну трактованість основних операцій (обчислення апостеріорного розподілу та маргінальної правдоподібності) у випадку гаусівської правдоподібності зі сталою дисперсією. З математичної точки зору, GP повністю визначається функцією середнього значення $m(t)$ та коваріаційною функцією (ядром) $k(t, t')$, які задають апріорні властивості модельованого процесу. Для довільного вхідного вектора $t \in R^d$ випадкова функція $f(t)$ описується розподілом:

$$f(t) \sim \text{GP}(m(t), k(t, t')), \quad (4.33)$$

де

$$m(t) = \langle f(t) \rangle, \quad (4.34)$$

$$k(t, t') = \langle (f(t) - m(t))(f(t') - m(t')) \rangle \quad (4.35)$$

У більшості практичних застосувань функцію середнього $m(t)$ приймають рівною нулю, що спрощує математичні викладки без втрати загальності. Коваріаційна функція $k(t, t')$ визначає ступінь кореляції між значеннями функції у різних точках вхідного простору. Найбільш поширеним є квадратичне експоненційне ядро, що забезпечує нескінченну диференційовність реалізацій процесу. Стаціонарність цього ядра є одночасно перевагою (стійкість

інтерполяції) та обмеженням (повернення до апіорного середнього при екстраполяції, що є нефізичним для монотонних процесів деградації):

$$k(t, t') = \sigma_f^2 \exp \left(- \sum_{h=1}^d \frac{(t_h - t'_h)^2}{2l_h^2} \right), \quad (4.36)$$

де d – вимірність входу, l_h – характеристичний масштаб довжини для h -ї вимірності, а σ_f^2 – дисперсія вихідного сигналу. Набір гіперпараметрів позначається як $\theta = \{\sigma_f^2, l_1^2, \dots, l_d^2\}$.

Стандартна модель GPR будується на припущенні, що спостережувані дані є зашумленою версією прихованої функції. Для навчальної вибірки $D = \{(t_i, y_i)\}_{i=1}^N$ модель записується як:

$$y(t) = f(t) + \omega(t), \quad (4.37)$$

де $f(t)$ – латентна функція з апіорним розподілом GP із нульовим середнім, а $\omega(t)$ – адитивний гаусівський шум з дисперсією σ_N^2 . Спільний розподіл N вихідних спостережень $Y = \{y_1, \dots, y_N\}$ записується у вигляді:

$$p(Y | T) = \int p(Y | f, T) p(f | T) df = N(0, K + \sigma_N^2 I_N), \quad (4.38)$$

де K – матриця Грама з елементами $K_{ij} = k(t_i, t_j)$, а I_N – одинична матриця розміру $N \times N$. Для нової тестової точки t_* спільний розподіл навчальних та тестових виходів має вигляд:

$$\begin{Bmatrix} Y \\ f_* \end{Bmatrix} \sim N \left(\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \begin{bmatrix} K + \sigma_N^2 I_N & K_*^\top \\ K_* & K_{**} \end{bmatrix} \right) \quad (4.39)$$

Апостеріорний розподіл f_* , обумовлений навчальними даними, також є гаусівським. Його параметри одержано із стандартної формули умовного розподілу багатовимірного нормального вектора, застосованої до (4.39):

$$\mu_* = K_*(K + \sigma_N^2 I_N)^{-1} Y, \quad (4.40)$$

$$\Sigma_* = K_{**} - K_*(K + \sigma_N^2 I_N)^{-1} K_*^\top, \quad (4.41)$$

де K_* – вектор-рядок крос-коваріацій між тестовою точкою t_* та навчальними точками, $K_* = \{k(t_*, t_1), \dots, k(t_*, t_N)\}$; $K_{**} = k(t_*, t_*)$ – автоковаріація у тестовій точці.

У загальному випадку ненульового апіорного середнього $m(t)$ формула (4.40) набуває вигляду $\mu_* = m(t_*) + K_*(K + \sigma_N^2 I_N)^{-1}(Y - m(T))$, де $m(T) = \{m(t_1), \dots, m(t_N)\}^\top$ – вектор значень функції середнього у навчальних точках. Цей вираз використано у підрозділі 4.5 при побудові методології фізично-керованої ланцюгової гаусівської регресії (Physics-Guided Chained Gaussian Process Regression, PG-CGPR). Саме дисперсія Σ_* надає інформацію про невизначеність прогнозу в кожній точці, що є однією з ключових переваг GPR перед детерміністичними алгоритмами машинного навчання. Оптимізація гіперпараметрів ядра здійснюється через максимізацію логарифму маргінальної правдоподібності:

$$\log p(Y | T, \theta) = -\frac{1}{2} Y^\top (K + \sigma_N^2 I)^{-1} Y - \frac{1}{2} \log \det(K + \sigma_N^2 I) - \frac{N}{2} \log 2\pi, \quad (4.42)$$

де $T = \{t_1, \dots, t_N\}^\top$ – вектор навчальних моментів часу, $K = K(T, \theta)$ – коваріаційна матриця, елементи якої обчислюються за ядром $k(t_i, t_j)$ і залежать від гіперпараметрів θ .

У цьому виразі перший доданок відповідає за точність підгонки моделі до даних, другий – логарифм визначника – виступає як штраф за складність моделі: він зростає зі збільшенням об'єму простору функцій, що узгоджуються з даними, реалізуючи автоматичний принцип «леза Оккама». Обчислювальна складність стандартного GPR становить $O(N^3)$ через необхідність обернення коваріаційної матриці розміру $N \times N$.

Стандартна модель GPR припускає сталу дисперсію шуму σ_N^2 по всьому вхідному простору (гомоскедастичність). У задачах прогнозування деградації, як проаналізовано у п. 1.3, це припущення порушується: дисперсія відгуку зростає у часі, і її ігнорування дає некоректні довірчі інтервали.

Існуючі підходи до врахування гетероскедастичності в межах гаусівських процесів, систематизовані у п. 1.3, мають суттєві обмеження: необхідність апіорного знання про структуру неоднорідності, обчислювальну складність або потребу в надлишкових вимірюваннях. Це мотивує застосування методу ланцюгових гаусівських процесів, який долає зазначені обмеження.

Поряд із проблемою гетероскедастичності, стандартний GPR виявляє чутливість до масштабу вхідних даних. Якщо діапазон значень вхідної змінної (наприклад, час у секундах, порядок 10^7) суттєво відрізняється від діапазону вихідної змінної (наприклад, параметр пошкодження в межах $[0, 1]$), оптимізація гіперпараметрів може зіткнутися з проблемами збіжності. Нормалізація вхідних змінних (наприклад, перехід від абсолютного часу до відносних одиниць) усуває домінування масштабу однієї зі змінних та стабілізує процес оптимізації.

Для подолання зазначених обмежень гомоскедастичного моделювання у роботі [67] запропоновано метод ланцюгових гаусівських процесів (CGP). Цей підхід реалізує узагальнену структуру для моделювання даних, де параметри функції правдоподібності є нелінійними функціями від декількох латентних процесів. На відміну від узагальнених лінійних моделей, які використовують

одну оборотну функцію зв'язку, CGP дозволяє комбінувати кілька незалежних GP через довільні нелінійні перетворення, які не обов'язково мають бути оборотними. Назва «ланцюгові» пов'язана з тим, що модель не може бути записана через одну функцію зв'язку, для цього знадобилася б множина (ланцюг) локалізованих зв'язків.

У загальному випадку функція правдоподібності $p(y | f_1, f_2)$ залежить від двох латентних функцій $f_1(t)$ та $f_2(t)$ (у ці функції позначають f та g ; у роботі використано індексовану форму для узгодження з PG-CGPR, підрозділ 4.5). У контексті гетероскедастичної регресії перший процес $f_1(t)$ моделює середнє значення, а другий $f_2(t)$ – логарифм дисперсії шуму. Спостереження описуються моделлю:

$$y_i \sim N(f_1(t_i), \exp(f_2(t_i))) \quad (4.43)$$

Використання логарифмічного перетворення гарантує додатність дисперсії для будь-яких значень латентної функції $f_2(t)$. Таке формулювання дозволяє моделі адаптивно змінювати рівень невизначеності залежно від вхідних даних. Зокрема, у задачах накопичення втомних пошкоджень на початкових етапах експлуатації процес може бути майже детермінованим (велике від'ємне значення $f_2(t)$, що дає $e^{f_2(t)} \rightarrow 0$), проте з плином часу розкид траєкторій пошкодження зростає (значення $f_2(t)$ наближується до нуля або стає додатним, що відповідає зростанню $e^{f_2(t)}$). Апріорна незалежність латентних функцій за заданих індукуючих змінних є ключовим припущенням методу:

$$p(f_1, f_2 | u_{f_1}, u_{f_2}) = p(f_1 | u_{f_1})p(f_2 | u_{f_2}), \quad (4.44)$$

де $f_1 \sim \text{GP}(\mu_{f_1}, k_{f_1})$ – апіорний гаусівський процес для середнього значення, $f_2 \sim \text{GP}(\mu_{f_2}, k_{f_2})$ – апіорний гаусівський процес для логарифма дисперсії шуму, u_{f_1} та u_{f_2} – вектори значень функцій у індукуючих точках. Така факторизація дозволяє обирати різні коваріаційні функції для кожного з процесів, забезпечуючи гнучкість моделювання. Наприклад, для процесу середнього може бути задано припущення про плавну зміну (ядро з великим масштабом довжини), тоді як для процесу дисперсії шуму можуть бути характерні більш локальні варіації.

Введення нелінійної залежності параметрів розподілу від латентних процесів робить точне байєсівське виведення аналітично неможливим. Для подолання цієї проблеми застосовується варіаційне виведення у поєднанні з методом розріджених апроксимацій на основі індукуючих точок. Метод індукуючих точок вводить набір з M псевдовходів $Z = \{z_i\}_{i=1}^M$ та відповідних значень функцій $u_{f_1} = f_1(Z)$, $u_{f_2} = f_2(Z)$. Індукуючі змінні u_{f_1} , u_{f_2} відіграють роль розрідженого представлення процесу: у рамках варіаційної апроксимації латентна функція f_1 є умовно незалежною від навчальних даних y за умови u_{f_1} , що дозволяє знизити обчислювальну складність. Маргінальний розподіл латентної функції при цьому не змінюється:

$$p(f_1 | T) = \int p(f_1 | u_{f_1}, T) p(u_{f_1} | Z) du_{f_1}, \quad (4.45)$$

де T – матриця навчальних вхідних точок, u_{f_1} – вектор значень функції f_1 у індукуючих точках, Z – матриця індукуючих точок, $p(u_{f_1} | Z) = N(u_{f_1} | 0, K_{u_{f_1}u_{f_1}})$, $p(f_1 | u_{f_1}, T) = N(f_1 | K_{f_1u_{f_1}} K_{u_{f_1}u_{f_1}}^{-1} u_{f_1}, K_{f_1f_1} - Q_{f_1f_1})$, де $K_{u_{f_1}u_{f_1}} = k_{f_1}(Z, Z)$ – коваріаційна матриця між індукуючими точками, $K_{f_1u_{f_1}} = k_{f_1}(T, Z)$ – матриця крос-коваріацій між навчальними та індукуючими точками, $K_{u_{f_1}f_1} =$

$K_{f_1 u_{f_1}}^\top$ – транспонована матриця крос-коваріацій, $K_{f_1 f_1} = k_{f_1}(T, T)$ – коваріаційна матриця у навчальних точках, а $Q_{f_1 f_1} = K_{f_1 u_{f_1}} K_{u_{f_1} u_{f_1}}^{-1} K_{u_{f_1} f_1}$ – апроксимація матриці $K_{f_1 f_1}$ за допомогою індукуючих точок. Аналогічно для процесу f_2 вводиться $Q_{f_2 f_2} = K_{f_2 u_{f_2}} K_{u_{f_2} u_{f_2}}^{-1} K_{u_{f_2} f_2}$.

Варіаційний розподіл $q(u_{f_1}, u_{f_2})$ вводиться для апроксимації апостеріорного розподілу індукуючих змінних. При цьому припускається факторизація між латентними процесами:

$$p(f_1, f_2, u_{f_1}, u_{f_2} | y) \approx p(f_1 | u_{f_1}) p(f_2 | u_{f_2}) q(u_{f_1}) q(u_{f_2}), \quad (4.46)$$

де $q(u_{f_1}) = N(u_{f_1} | a_{f_1}, S_{f_1})$ та $q(u_{f_2}) = N(u_{f_2} | a_{f_2}, S_{f_2})$ – варіаційні коваріаційні матриці. Вихідна логарифмічна маргінальна правдоподібність записується через інтеграл за всіма латентними змінними:

$$\log p(y) = \log \int p(y | f_1, f_2) p(f_1 | u_{f_1}) p(f_2 | u_{f_2}) p(u_{f_1}) p(u_{f_2}) df_1 df_2 du_{f_1} du_{f_2} \quad (4.47)$$

Із застосуванням нерівності Єнсена до відношення p/q та факторизації (4.44), (4.46) отримується варіаційна нижня межа:

$$\begin{aligned} \log p(y) \geq \int q(f_1) q(f_2) \log p(y, f_1, f_2) df_1 df_2 - \\ - \text{KL}(q(u_{f_1}) \| p(u_{f_1})) - \text{KL}(q(u_{f_2}) \| p(u_{f_2})), \end{aligned} \quad (4.48)$$

де $q(f_1) = \int p(f_1 | u_{f_1}) q(u_{f_1}) du_{f_1}$ – варіаційний маргінальний розподіл процесу f_1 , $q(f_2) = \int p(f_2 | u_{f_2}) q(u_{f_2}) du_{f_2}$.

Максимізація ELBO є еквівалентною мінімізації дивергенції Кульбака-Лейблера між спільним варіаційним розподілом $q(f_1, f_2, u_{f_1}, u_{f_2}) = p(f_1 | u_{f_1}) p(f_2 | u_{f_2}) q(u_{f_1}) q(u_{f_2})$ та істинним апостеріорним $p(f_1, f_2, u_{f_1}, u_{f_2} | y)$. Це

впливає з тотожності $\log p(y) = \text{ELBO} + \text{KL}(q\|p)$: оскільки $\log p(y)$ не залежить від варіаційних параметрів, а $\text{KL} \geq 0$, максимізація ELBO мінімізує KL-дивергенцію, причому рівність досягається при збігу варіаційного та істинного розподілів. Перший член у цьому виразі являє собою очікувану логарифмічну правдоподібність даних. Оскільки правдоподібність факторизується за точками, $p(y | f_1, f_2) = \prod_{i=1}^N p(y_i | f_{1,i}, f_{2,i})$, очікування розпадається на суму незалежних двовимірних інтегралів:

$$\int q(f_1)q(f_2)\log p(y | f_1, f_2)df_1df_2 = \sum_{i=1}^N \int q(f_{1,i})q(f_{2,i})\log p(y_i | f_{1,i}, f_{2,i})df_{1,i}df_{2,i}$$

кожен з яких ефективно обчислюється за допомогою двовимірної квадратури Гаусса-Ерміта з 20 вузлами у кожному вимірі. Члени $\text{KL}(\cdot \| \cdot)$ – дивергенція Кульбака-Лейблера між варіаційним та апіорним розподілами, що обчислюються аналітично для гаусівських розподілів і відіграють роль регуляризаторів. Оскільки очікувана правдоподібність є сумою по точках даних, її градієнти можна обчислювати за допомогою стохастичної варіаційної оптимізації на міні-батчах розміру N_b , що знижує обчислювальну складність одного кроку оптимізації з $O(N^3)$ до $O(N_b M^2 + M^3)$, де N_b – розмір міні-батчу, M – кількість індукуючих точок ($M \ll N$) [136].

Після максимізації ELBO варіаційний розподіл $q(u_{f_1})$ апроксимує апостеріорний $p(u_{f_1} | y)$. Апостеріорний прогноз для нової точки t_* обчислюється через інтеграцію:

$$p(f_{1,*} | y) = \int p(f_{1,*} | u_{f_1})p(u_{f_1} | y)du_{f_1} \approx \int p(f_{1,*} | u_{f_1})q(u_{f_1})du_{f_1} = q(f_{1,*}), \quad (4.49)$$

де для гаусівських $q(u_{f_1})$ та $p(f_{1,*} | u_{f_1})$ інтеграл обчислюється аналітично і дає гаусівський розподіл з параметрами, аналогічними до (4.40)–(4.41).

Предиктивний розподіл для тестової точки обчислюється шляхом інтегрування по обох латентних функціях:

$$p(y_i^* | y, t_i^*) = \int p(y_i^* | f_{1,i}^*, f_{2,i}^*) q(f_{1,i}^*) q(f_{2,i}^*) df_{1,i}^* df_{2,i}^*, \quad (4.50)$$

де t_i^* – i -та тестова вхідна точка, y_i^* – відповідний тестовий вихід, $y = \{y_1, \dots, y_N\}$ – повний вектор навчальних спостережень.

Цей інтеграл є аналітично нерозв'язним у загальному випадку, однак може бути обчислений за допомогою двовимірної квадратури Гаусса-Ерміта або методу Монте-Карло.

Ефективність методу CGPR у контексті сурогатного моделювання деградаційних процесів було досліджено на задачі прогнозування накопичення втомних пошкоджень у механічних системах [7]. Для верифікації моделі було використано синтетичні дані, згенеровані на основі лінійного закону накопичення пошкоджень. Як показано у п. 4.1, параметр пошкодження для лінійного закону підпорядковується нормальному закону з математичним очікуванням $m_D = k_1 t$ та дисперсією $\sigma_D^2 = k_1^2 / \xi^2 \cdot t$.

Лінійна залежність дисперсії від часу t свідчить про виражену гетероскедастичність процесу накопичення пошкоджень, що обґрунтовує доцільність застосування саме CGPR, а не стандартного GPR.

Дослідження охопило два ключових аспекти: здатність моделі до узагальнення на нових даних та здатність до прогнозування за межами навчальної вибірки. При навчанні на повному наборі даних (від початку експлуатації до вичерпання ресурсу) модель точно відтворила як середню траєкторію деградації, так і гетероскедастичну структуру невизначеності. Для аналізу прогнозної здатності було протестовано два сценарії з обмеженими даними: використання 75% та 50% від загального часу експлуатації.

При використанні 75% даних на невідомій ділянці прогнозу спостерігалось зростання невизначеності, що є очікуваною та коректною поведінкою – модель адекватно відображає збільшення епістемічної невизначеності при віддаленні від навчальних даних. У випадку використання лише 50% даних процес збіжності потребував більшої кількості ітерацій, а точність прогнозу середнього помітно знижувалася. Хоча довірчий інтервал формально покривав істинні значення, було виявлено суттєвий недолік стандартної моделі CGPR: при навчанні на обмежених даних із використанням стаціонарних ядер модель демонструє «повернення до середнього» в області екстраполяції, що не відповідає фізиці монотонного накопичення пошкоджень.

У порівнянні з нейронними мережами, метод CGP має перевагу в умовах обмеженої кількості даних, що є типовим для задач оцінки надійності, де доступними є десятки або сотні експериментальних траєкторій. Байєсівська природа CGP забезпечує ефективну роботу з малими вибірками та надає калібровані оцінки невизначеності. Метод не обмежується гетероскедастичною гаусівською правдоподібністю – будь-яка факторизована правдоподібність може бути інтегрована у цю структуру, що забезпечує широку застосовність підходу.

Водночас, аналіз результатів застосування CGPR до задачі прогнозування накопичення пошкоджень показав обмеження чисто керованого даними підходу: при неповних даних модель зі стаціонарними ядрами не забезпечує надійної екстраполяції, демонструючи «повернення до середнього» за межами навчальної вибірки. Математичний механізм цього ефекту, зумовлений стаціонарністю коваріаційних функцій, детально проаналізовано у п. 1.6. Зазначене обмеження мотивує подальший розвиток підходу в напрямку інтеграції фізичних обмежень безпосередньо у структуру ймовірнісної моделі, що розглядається у наступному підрозділі.

4.5 Інтеграція фізичних обмежень у структуру ймовірнісної моделі

Підтвердження ефекту повернення до апріорного середнього у п. 4.4 мотивує розробку механізму інкорпорування фізичних обмежень безпосередньо у структуру ймовірнісної моделі. Подолання зазначеного обмеження вимагає інкорпорування фізичних обмежень – диференціальних рівнянь, граничних умов, умов монотонності – безпосередньо у структуру ймовірнісної моделі [68].

Існує кілька підходів до впровадження обмежень, що розрізняються за способом модифікації компонентів гаусівського процесу: апріорного розподілу, функції правдоподібності або коваріаційної структури. Одним із методів є використання функцій деформації, наприклад, пробіт-функції $\Phi^{-1}(\cdot)$, яка трансформує вихідні дані з обмеженого діапазону (зокрема, $[0, 1]$ для параметрів пошкодження) у необмежений простір R . Проте цей підхід не забезпечує виконання складніших умов, таких як монотонність похідних.

Альтернативою є застосування усічених гаусівських розподілів або бета-розподілів як функції правдоподібності. Це дозволяє обмежити простір виходів, однак призводить до аналітичної нерозв'язності апостеріорного розподілу, що вимагає використання наближених методів виведення, таких як метод поширення очікувань або методи Монте-Карло марківських ланцюгів.

Глибша інтеграція фізичних знань досягається через модифікацію коваріаційної функції для задоволення лінійних операторних обмежень, що виникають із диференціальних рівнянь у частинних похідних вигляду $Lu = f$. Якщо $u(t)$ є гаусівським процесом із коваріаційною функцією $k(t, t')$, то застосування лінійного оператора L дозволяє отримати спільний розподіл для функції та результату дії оператора, що визначається ядром $L_t L_{t'} k(t, t')$. Це призводить до формування блочних коваріаційних матриць, які уможливлюють навчання моделі на змішаних даних: прямих спостереженнях та фізичних

обмеженнях у точках колокації. Такий підхід, відомий як ко-Крігінг, звужує простір можливих рішень до тих, що узгоджуються з диференціальним рівнянням.

Для векторних полів, що мають задовольняти умови бездивергентності ($\nabla \cdot f = 0$) або безвихровості ($\nabla \times f = 0$), використовуються ядра, отримані шляхом застосування відповідних операторів до потенціальних функцій. Це автоматично гарантує виконання фізичних властивостей для будь-якої реалізації процесу.

Окремим класом методів є використання віртуальних точок спостереження, де вимагається виконання нерівностей, наприклад, $df/dt \geq 0$ для монотонності. Оскільки гаусівський процес визначає спільний розподіл значень функції та її похідних, процес може бути обумовлений на виконання цих умов у скінченній множині точок. Це часто реалізується через пробіт-функцію правдоподібності для похідних, де ймовірність виконання обмеження моделюється як $\Phi(v^{-1}f'(t))$. Недоліком методу є експоненційне зростання кількості необхідних точок із розмірністю простору.

Альтернативою слугують сплайн-апроксимації, де гаусівський пріор накладається на коефіцієнти розкладу за базисними функціями, а обмеження формулюються безпосередньо на коефіцієнтах. Це дозволяє гарантувати виконання умов монотонності або обмеженості у всій області визначення, уникаючи проблеми дискретизації.

Як встановлено у п. 1.3 та підтверджено результатами п. 4.4, гетероскедастичність процесів деградації та припущення гомоскедастичності стандартного GPR призводять до некоректних довірчих інтервалів.

Методологія PG-CGPR вирішує цю проблему шляхом розширення архітектури CGP (п. 4.4) фізичними обмеженнями [8]. На відміну від стандартної параметризації через $\exp(g(t_i))$, для зв'язку латентного процесу дисперсії $f_2(t)$ зі спостережуваним значенням y_i використовується рівняння:

$$y_i = f_1(t_i) + \varepsilon_i \cdot \text{softplus}(f_2(t_i)), \varepsilon_i \sim N(0,1) \quad (4.51)$$

Запис у формі (4.51) є математично еквівалентним стандартному запису гаусівського правдоподібного спостереження $y_i \sim N(f_1(t_i), \sigma^2(t_i))$, де $\sigma(t_i) = \text{softplus}(f_2(t_i))$. Перевагою такого формулювання є можливість коректно обчислювати градієнти параметрів моделі через стохастичну вибірку при варіаційному навчанні: градієнт переноситься з випадкової величини на детерміновану функцію, що забезпечує стабільність процедури оптимізації.

Функція softplus , визначена як $\text{softplus}(x) = \ln(1 + e^x)$, обрана замість стандартної експоненти з кількох міркувань. Для великих від'ємних аргументів $\text{softplus}(t) \approx e^t \rightarrow 0$, що запобігає чисельному переповненню при оптимізації градієнтним спуском. Для великих додатних аргументів $\text{softplus}(t) \approx t$, що забезпечує лінійну асимптотичну поведінку та дозволяє моделювати поліноміальне зростання дисперсії. Фізична інтерпретованість полягає в тому, що умовна дисперсія спостереження $\text{Var}[y | f_1, f_2] = \text{softplus}(f_2(t))^2$ може зростати поліноміально, що узгоджується з теорією дифузійних процесів, де $\sigma^2(t) \propto t$. Для забезпечення обчислювальної ефективності використовується розріджене варіаційне оцінювання, аналогічне до описаного у п. 4.4, зі складністю $O(NM^2)$, де M – кількість індукуючих змінних. Вибір M здійснюється з балансу між точністю варіаційної апроксимації та обчислювальними витратами; емпірично $M \approx 0.1N-0.2N$ забезпечує прийнятну якість при суттєвому зниженні складності. Розташування індукуючих точок Z ініціалізується рівномірно у діапазоні навчальних даних і у подальшому оптимізується градієнтним спуском разом з іншими варіаційними параметрами.

Ключовою особливістю PG-CGPR є відмова від нульового апіорного середнього. Для процесу середнього $f_1(t)$ функція середнього $m_1(t)$ визначається фізичним законом, параметри якого оптимізуються разом із

гіперпараметрами ядра. Для лінійного закону пошкодження (правило Палмгрена-Майнера) використовується лінійне середнє $m_1(t) = w \cdot t$, де $w > 0$ – кутовий коефіцієнт швидкості накопичення пошкоджень, що ініціалізується через регресію найменших квадратів на навчальних даних. Для нелінійного пошкодження (модель Качанова-Работнова) використовується поліноміальне середнє $m_1(t) = \sum_{i=0}^p w_i t^i$, де w_i – коефіцієнти поліномів степеня i ($i = 0, 1, \dots, p$), що ініціалізуються аналогічно та залишаються здатними до навчання, а p – порядок поліноміальної апроксимації. Це гарантує, що в області екстраполяції, де вплив коваріаційного ядра зменшується, прогноз повертається до фізично обґрунтованого тренду, а не до нуля.

Для процесу дисперсії $f_2(t)$ вводиться спеціалізована функція середнього, що забезпечує нульову початкову невизначеність ($\text{Var}[D(0)] \approx 0$) та монотонне зростання ентропії. Для лінійного закону це реалізується через логарифмічну функцію:

$$m_2(t) = \gamma \cdot \ln(t + \delta), \quad (4.52)$$

де $\gamma > 0$ – параметр масштабу, $\delta > 0$ – мала константа (зазвичай $\delta = 0.01$) для чисельної стабільності при $t = 0$. Для степеневому закону деградації використовується зсунута степенева функція:

$$m_2(t) = \alpha \cdot t^{b/2} - \beta, \quad (4.53)$$

де $\alpha > 0$ – параметр масштабу, $b > 0$ – показник, пов'язаний із кінетикою деградації (4.59) через співвідношення $b = 1/(m + 1)$, де m – показник степеня пошкоджуваності, $\beta \gg 0$ – зміщення, яке забезпечує $\sigma(0) = \ln(1 + e^{-\beta}) \approx e^{-\beta} \approx 0$ для великих β , ефективно закріплюючи початкову невизначеність без штучних точок даних. На практиці β задається з діапазону $[5, 10]$, що дає $\sigma(0) <$

10^{-2} та забезпечує чисельно стабільну оцінку початкового стану без жорсткого обмеження, яке могло б дестабілізувати градієнтну оптимізацію.

Вибір ядра для процесу середнього f_1 адаптується до моделі пошкодження. Для лінійного закону композитне ядро поєднує лінійний компонент із RBF:

$$k_{f_1}(t, t') = k_{Lin}(t, t') + k_{RBF}(t, t'), \quad (4.54)$$

де $k_{Lin}(t, t') = \sigma_{lin}^2 \cdot t \cdot t'$. Для степеневого закону використовується поліноміальне ядро:

$$k_{f_1}(t, t') = k_{Poly}(t, t') + k_{RBF}(t, t'), \quad (4.55)$$

де $k_{Poly}(t, t') = \sigma_{poly}^2 (t \cdot t' + c_0)^p$ – поліноміальне ядро, σ_{poly}^2 – амплітудний параметр, $c_0 \geq 0$ – зсув, $p \in \mathbb{N}$ – степінь ядра. Для процесу дисперсії f_2 використовується гібридне ядро Linear + RBF, де лінійний компонент забезпечує монотонне зростання дисперсії, а RBF фіксує локальну гетероскедастичність:

$$k_{f_2}(t, t') = \sigma_{lin}^2 (t \cdot t') + \sigma_{rbf}^2 \exp\left(-\frac{(t - t')^2}{2l^2}\right), \quad (4.56)$$

де σ_{lin}^2 – дисперсія лінійного компонента, σ_{rbf}^2 – дисперсія RBF-компонента, $l > 0$ – характеристичний масштаб довжини RBF-ядра.

Навчання моделі здійснюється шляхом максимізації ELBO, доповненої штрафними членами, що забезпечують виконання фізичних обмежень через фіксовану сітку віртуальних спостережень. Віртуальна сітка $\{t_l\}_{l=1}^{L_v}$ – це набір часових точок, рівномірно розподілених на інтервалі $[0, T_{max}]$, у яких фізичні обмеження (монотонність, обмеженість швидкості зростання дисперсії) перевіряються штрафними функціями. На відміну від індукуючих точок Z , що

оптимізуються, віртуальні точки t_l фіксуються на етапі побудови моделі та не беруть участі у варіаційному виведенні. Кількість віртуальних точок L_v обирається за умови $L_v \approx 2M$, що емпірично забезпечує достатню щільність для виявлення порушень обмежень. Цільова функція визначається як:

$$L = -\sum_{i=1}^N \mathbb{E}_{q(f_1, f_2)} [\log p(y_i, f_1(t_i), f_2(t_i))] + \\ + \text{KL}(q(u_{f_1}) \| p(u_{f_1})) + \text{KL}(q(u_{f_2}) \| p(u_{f_2})) + \sum_k \lambda_k L_{phy}^{(k)}, \quad (4.57)$$

де перший доданок – очікувана логарифмічна правдоподібність, другий – дивергенція Кульбака-Лейблера між варіаційним та апіорним розподілами, а останні доданки – фізично-інформовані штрафи. Розгорнута форма штрафних счленів має вигляд:

$$L = -\text{ELBO} + \lambda_{growth} \sum_l \text{ReLU}\left(\frac{d\sigma^2}{dt} \Big|_{t_l} - r_{max}\right) + \\ + \lambda_{mono} \sum_l \text{ReLU}\left(-\frac{d\sigma^2}{dt} \Big|_{t_l}\right) + \lambda_{max} \sum_l \text{ReLU}(\sigma^2(t_l) - \sigma_{max}^2) \quad (4.58)$$

Тут $\text{ReLU}(t) = \max(0, t)$ – кусково-лінійна функція активації, яка вмикає відповідний штраф лише при порушенні обмеження. Три штрафні доданки забезпечують: обмежену швидкість зростання дисперсії нижче r_{max} , монотонно неспадну дисперсію та обмеження максимальної дисперсії на рівні σ_{max}^2 , де $r_{max} > 0$ – гранична швидкість зростання дисперсії, $\sigma_{max}^2 > 0$ – верхня межа дисперсії, $\lambda_{growth}, \lambda_{mono}, \lambda_{max} > 0$ – ваги штрафних членів, що визначають силу обмежень та підбираються крос-валідацією. Початкові умови $D(0) = 0$ та $\sigma^2(0) \approx 0$ забезпечуються структурно через дизайн функції середнього, а похідні $d\sigma^2/dt$ обчислюються за допомогою автоматичного диференціювання,

реалізованого засобами TensorFlow [137]. Програмну реалізацію методу PG-CGPR виконано на основі бібліотеки GPflow [138]. Гаусівський процес замкнений відносно лінійних операторів: якщо $f \sim GP(m, k)$ і L – лінійний оператор, то $Lf \sim GP(Lm, L_t L_{t'} k)$. Зокрема, для оператора диференціювання $L = d/dt$ маємо $f' \sim GP(m', k')$, де $m'(t) = \frac{dm}{dt}$ – похідна функції середнього, $k'(t, t') = \frac{\partial^2 k(t, t')}{\partial t \partial t'}$ – змішана похідна ядра. Це дозволяє обчислити розподіл похідної аналітично в рамках варіаційного оцінювання.

Ефективність методології PG-CGPR було верифіковано на моделюванні втомного пошкодження за двома теоріями: лінійною (Палмгрена-Майнера) та нелінійною (Качанова-Работнова). Лінійна модель описує пошкодження як $D(t) = t/T_{fail}$, де T_{fail} – час відмови, а $D \in [0, 1]$ – нормалізований стан пошкодження. Нелінійна модель враховує прискорення деградації через кінетичне рівняння:

$$\frac{dD}{dt} = B \frac{\sigma^m}{(1 - D)^m}, \quad (4.59)$$

де B – константа матеріалу, σ – прикладене напруження, m – показник ступеня пошкоджуваності. Інтегрування (4.59) дає характерну опуклу траєкторію $D(t) = 1 - [1 - (m + 1)B\sigma^m t]^{1/(m+1)}$ з теоретичним часом руйнування $T_{fail} = 1/((m + 1)B\sigma^m)$. Синтетичні дані генерувалися з додаванням гетероскедастичного шуму, що для лінійного сценарію масштабується з квадратним коренем часу ($\sigma(t) = k_1 \zeta^{-1} \sqrt{t}$), а для степеневого – з квадратним коренем накопиченого пошкодження ($\sigma(t) = \eta \sqrt{D(t)}$).

Експерименти проводилися в умовах дефіциту даних при навчанні на 30%, 50% та 75% ресурсу. Стандартний CGPR з нульовим апіорним середнім

продемонстрував неспроможність екстраполювати тренд, повертаючись до нульового середнього ($R^2 < 0$), як показано на рис. 4.18.

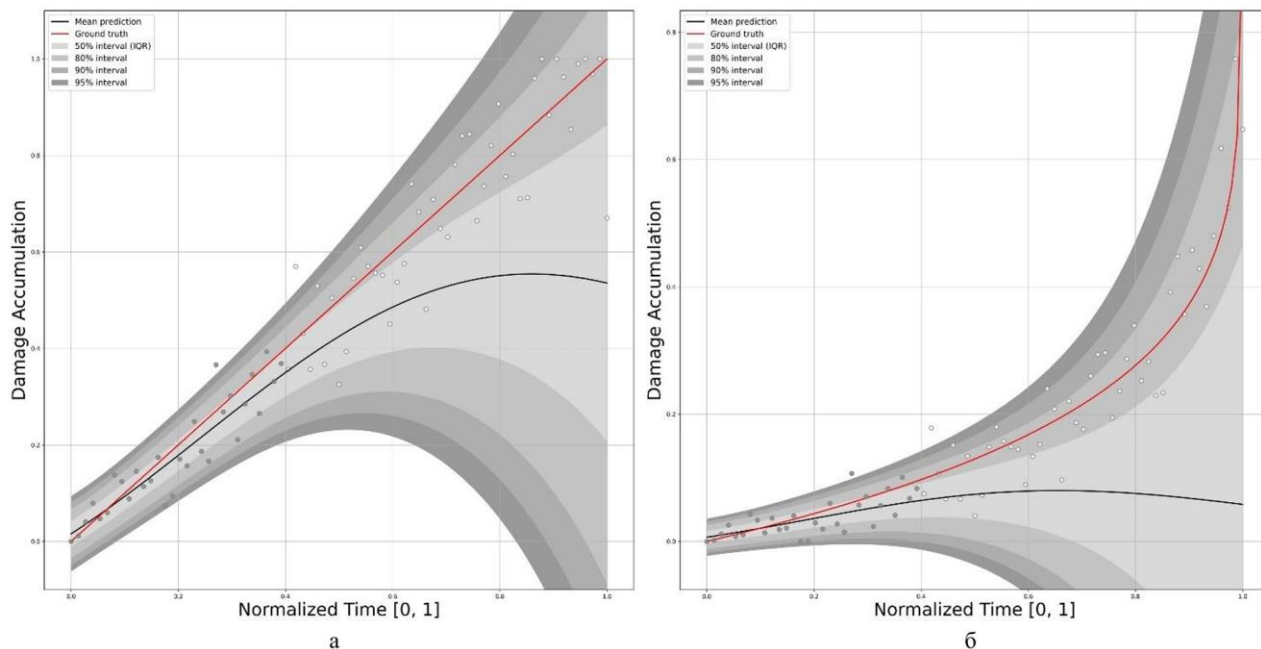


Рисунок 4.18 – Обмеження стандартного CGPR: в області екстраполяції ($t > 0.5$) прогнози повертаються до нульового середнього, порушуючи фізику монотонного накопичення пошкоджень: а – лінійний закон; б – степеневий закон (MAPE 28.9 % для лінійного закону, 67.8 % для степеневого при частці навчальних даних ЧЖЦ = 0,5)

Натомість модель PG-CGPR зберегла траєкторію накопичення пошкоджень, уникнувши помилкового затухання тренду (рис. 4.19). Параметрична функція середнього відіграла роль каркаса, що спрямовує екстраполяцію навіть у тих зонах, де локальний вплив коваріаційного ядра природним чином зменшувався. Покращення також спостерігалось в оцінці дисперсії: PG-CGPR коректно прогнозує розширення зони невизначеності в міру вичерпання ресурсу, відтворюючи теоретичний закон зростання ентропії.

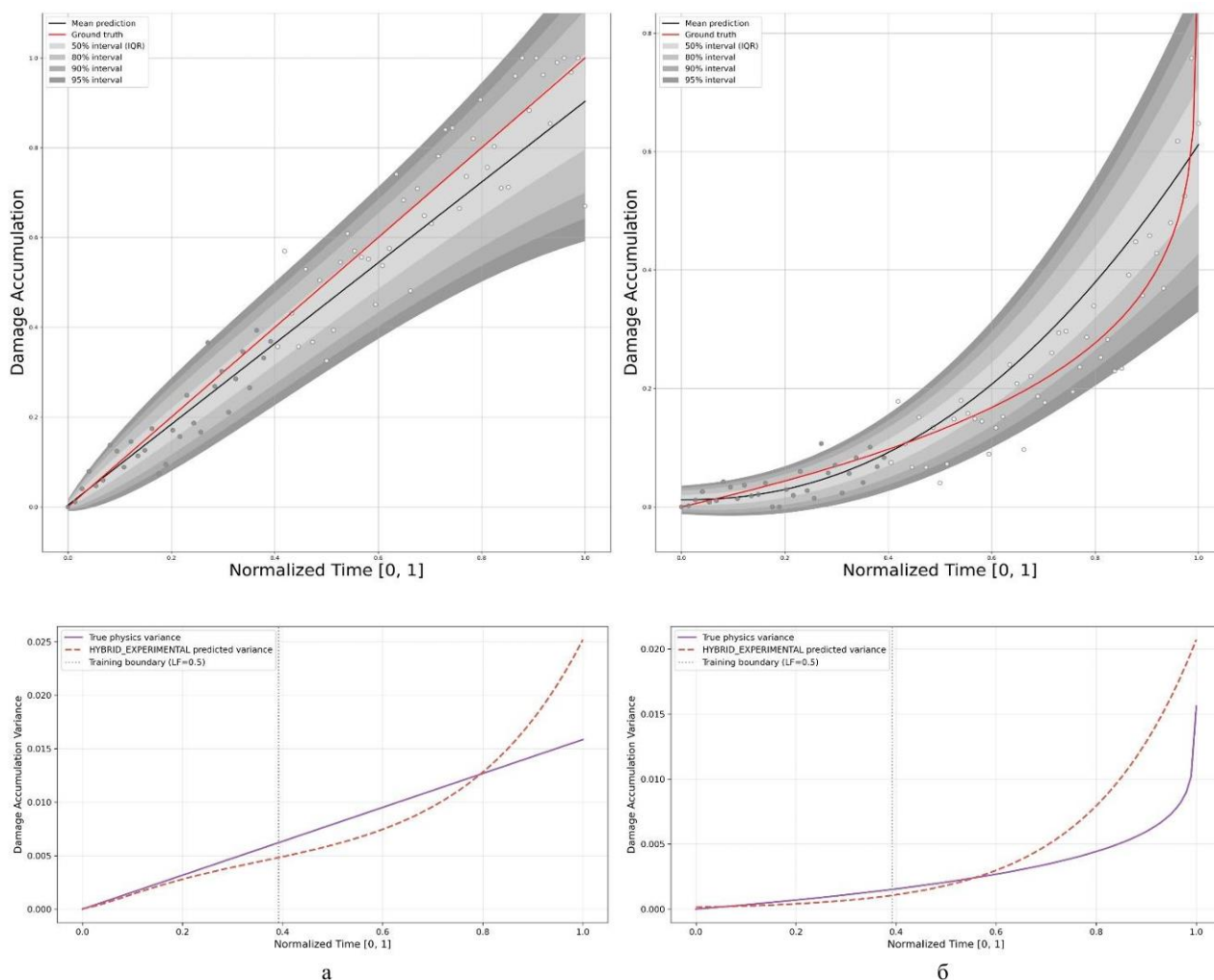


Рисунок 4.19 – Результати PG-CGPR: а – сценарій лінійного пошкодження; б – сценарій пошкодження за степеневим законом. У верхньому ряду показано прогнози PG-CGPR (чорна лінія) у порівнянні з еталонними даними (червона лінія). У нижньому ряду показано, що PG-CGPR (пунктирна лінія) коректно відтворює зростаючу дисперсію (суцільна лінія) (MAPE 9.6 % для лінійного закону, 27.3 % для степеневого при ЧЖЦ=0.5)

Кількісні результати верифікації наведено у підрозділі 5.2.

4.5 Висновки до розділу

1. Деталізовано математичну постановку задачі прогнозування ресурсу в умовах невизначеності, сформульовану у розділі 2. Сформовано уніфіковане ймовірнісне формулювання, що враховує стохастичність зовнішнього навантаження, варіативність матеріальних характеристик та похибку оцінки поточного стану, отриману з результатів діагностики (розділ 3).
2. Виконано прогнозування ресурсу несучої конструкції вертикального вітрового енергетичного агрегату. Побудовано стохастичну модель аеродинамічних навантажень, отримано розподіл залишкового ресурсу основних силових елементів та виявлено критичні зони концентрації пошкоджень. Кількісно охарактеризовано вплив варіативності швидкості вітру на дисперсію оцінки залишкового ресурсу.
3. Застосовано теорію марківських процесів для опису еволюції пошкоджень лопатки газової турбіни. Стани процесу інтерпретовано як рівні накопичення мікротріщин у термодетформованому пограничному шарі, а еволюція щільності розподілу пошкоджень описана через розв'язок рівняння ФПК. Показано, що марківська модель забезпечує природне формулювання задачі залишкового ресурсу через час досягнення поглинаючого стану й узгоджується із загальною ймовірнісною постановкою розділу 2.
4. Розвинено методи регресії на основі гаусівських процесів та ланцюгових гаусівських процесів для моделювання гетероскедастичних деградаційних даних. Показано, що класична GPR з гомоскедастичним шумом призводить до систематичної недооцінки невизначеності на пізніх стадіях деградації, тоді як CGPR коректно відтворює зростання дисперсії шуму як функцію часу та поточного рівня пошкодження.

5. Розроблено метод інтеграції фізичних обмежень – монотонності накопичення пошкоджень, граничної умови $D(0) = 0$, обмеженості $D(t) \in [0, D_{cr}]$ та зростання невизначеності – у структуру ймовірнісної моделі. Запропоновано враховувати ці обмеження як апріорні розподіли на параметри гаусівського процесу та через спеціально побудоване ядро коваріації, що гарантує фізично коректну екстраполяцію за межі діапазону спостережень.
6. Розроблені у розділі методи (стохастичне моделювання навантаження, марківські процеси, GPR та CGPR) формують набір взаємодоповнюючих методів, придатних для різних класів задач прогнозування залишкового ресурсу. Кількісні результати на конкретних механічних і біомеханічних об'єктах подано у розділі 5.

РОЗДІЛ 5 РЕЗУЛЬТАТИ ПРОГНОЗУВАННЯ ЗАЛИШКОВОГО РЕСУРСУ МЕХАНІЧНИХ ТА БІОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

5.1 Прогнозування прогресії атеросклеротичних бляшок за даними томографії

Розробка прогностичних моделей для біомеханічних систем вимагає перегляду фізичної інтерпретації змінних стану, що традиційно використовуються в інженерії надійності. Класичні задачі прогнозування ресурсу оперують поняттям пошкодження D як мірою накопичення мікротріщин у кристалічній решітці металів під дією циклічних навантажень. У контексті серцево-судинної патології ця змінна набуває іншого фізичного змісту – відсоток ураження артерії бляшкою. Розрив атеросклеротичної бляшки є основним механізмом, що лежить в основі гострих коронарних синдромів та ішемічного інсульту, тому прогнозування еволюції геометрії бляшки у часі є необхідним для ідентифікації пацієнтів високого ризику до настання гострих подій.

Атеросклероз, будучи хронічним запальним захворюванням, демонструє кінетику розвитку, яка феноменологічно є ізоморфною до процесів втомного руйнування конструкційних матеріалів. Спостерігається тривала стадія інкубації, що відповідає формуванню ліпідних плям, етап стабільного зростання фіброатероми та термінальна фаза прискореної деградації, яка передуює розриву фіброзної капсули. Механічна стабільність артеріальної бляшки залежить від її геометричної конфігурації: товщина фіброзної капсули, розмір ліпідного ядра та загальний відсоток ураження артерії бляшкою визначають розподіл напружень при фізіологічному навантаженні. Застосування математичного апарату моделей Качанова-Работнова до опису еволюції атеросклеротичних уражень базується на термодинамічній гіпотезі, згідно з якою деградація судинної стінки під впливом

гемодинамічного зсувного напруження та біохімічних градієнтів підпорядковується принципам незворотного зростання ентропії.

Модель степеневого накопичення пошкоджень, яка описує сповільнену відмову м'яких та волокнистих матеріалів, визначає еволюцію пошкодження D у вигляді:

$$D(t) = s \left(1 - \left(1 - \frac{t}{T_f} \right)^{1/(c+1)} \right), \quad (5.1)$$

де s – асимптотичне значення параметра пошкоженості (масштабний коефіцієнт), T_f – час відмови, c – показник ступеня матеріалу. Ця S-подібна крива фіксує фази повільної ініціації та швидкого прискорення, характерні для кумулятивного пошкодження. Зазначена аналогія з прогресією деградації біологічних тканин обґрунтовує інтеграцію таких фізичних законів у структуру ймовірнісних моделей машинного навчання, що забезпечує жорстке індуктивне упередження, компенсує дефіцит клінічних даних та гарантує фізичну коректність прогнозів у зонах екстраполяції.

Емпіричну основу моделювання складають результати внутрішньосудинної візуалізації, отримані методами ОКТ або ВСУЗД. Сучасна клінічна практика покладається на зображення поперечних перерізів для отримання миттєвих знімків стану бляшки, проте відсутність рутинного лонгітюдного спостереження створює фундаментальну проблему: оцінку часових траєкторій бляшки на основі спостережень популяційного рівня. Як зазначено у п. 1.5, клінічні набори даних є дискретними поперечними зрізами, отриманими від різних пацієнтів, що унеможливорює пряме відстеження індивідуальних траєкторій.

Зображення ОКТ або ВСУЗД обробляються за допомогою напівавтоматизованого підходу, що включає сегментацію на основі глибокого

навчання для виділення контурів просвіту та ЗЕМ, після чого виконується видалення артефактів. Відсоток ураження артерії бляшкою обчислюється як відносна площа поперечного перерізу:

$$B = \frac{A_{wall} - A_{lumen}}{A_{wall}}, \quad (5.2)$$

де A_{wall} – площа поперечного перерізу, обмежена ЗЕМ, а A_{lumen} – ефективна площа просвіту, доступна для кровотоку. Ця безрозмірна метрика є прямим аналогом скалярної змінної пошкодження D у рівняннях механіки суцільних середовищ і служить цільовою змінною y для регресійної моделі. Отримана величина $B \in [0,1]$ характеризує ступінь оклюзії судини.

Вихідний масив даних $\mathcal{D} = \{(t_i, y_i)\}_{i=1}^N$ не містить інформації про індивідуальні траєкторії розвитку хвороби, а лише фіксує миттєві стани популяції. Оскільки справжні лонгітюдні дані є недоступними, синтетичні пари «базовий стан – наступний стан» генеруються шляхом співставлення індивідуумів із популяції поперечних перерізів. Кожна потенційна пара (i, j) зважується гаусівським ядром, центрованим на цільовому проміжку $\Delta t_{target} = 5$ років:

$$w_{time}(t_i, t_j) = \exp\left(-\frac{(\Delta t_{ij} - \Delta t_{target})^2}{2\sigma_t^2}\right), \Delta t_{ij} = t_j - t_i, \quad (5.3)$$

де σ_t – ширина часового вікна, що визначає допустимий розкид інтервалів навколо цільового. Сумарна вага навчальної пари формується мультиплікативно:

$$w_{ij} = w_{time}(t_i, t_j) \cdot w_{Glagov}(y_i, y_j) \cdot w_{age}(t_i, t_j), \quad (5.4)$$

де w_{Glagov} – фільтр толерантності до компенсаторного ремоделювання (формула (5.5)), а w_{age} – ваговий коефіцієнт за віковим діапазоном. Пари з $w_{ij} < \varepsilon$ вилучаються з навчальної вибірки.

Разом з тим, пряме використання таких пар є некоректним без урахування адаптаційних механізмів судинної стінки. Генерація псевдо-лонгітудних пар ускладнюється феноменом Глагова (детально описаним у п. 1.5), що спричиняє немонотонну поведінку вимірюваних параметрів навіть при прогресуючому захворюванні. З точки зору регресійного аналізу, це створює ефект «прихованого зростання», при якому стандартні алгоритми гаусівської регресії інтерпретують варіації, викликані ремоделюванням, як високоамплітудний стохастичний шум σ_n^2 , що послаблює корисний сигнал тренду. Для нівелювання цього ефекту до пар застосовується Глагов-толерантний фільтр: пара зберігається у навчальній вибірці, якщо швидкість локальної зміни задовольняє умову

$$-\varepsilon_G \leq \frac{y_j - y_i}{t_j - t_i} \leq r_{max}, \quad (5.5)$$

де $\varepsilon_G \geq 0$ – допустиме уявне зменшення B , спричинене компенсаторним ремоделюванням, а $r_{max} > 0$ – максимальна фізіологічна швидкість прогресії, оцінена за популяційними даними. Сумарна вага пари визначається як добуток часової ваги (5.3) та індикатора відповідності (5.4).

Моделювання здійснюється в рамках архітектури PG-CGPR, описаної у п. 4.4-4.5. Специфіка біомеханічного застосування полягає у виборі фізично-керованих функцій середнього, адаптованих до кінетики росту бляшки, та застосуванні процедури фільтрації навчальних даних, толерантної до феномену Глагова (п. 1.5).

Архітектура функцій середнього $m_1(t)$ та $m_2(t)$, детально описана у п. 4.5, забезпечує утримання прогнозу у фізично допустимих межах. Для задачі

прогресії атеросклерозу функція середнього $m_1(t)$ задається нелінійним степеневим законом з параметрами T_f та c , що апроксимує кінетику накопичення бляшки.

Гетероскедастичність процесів деградації, детально обговорена у пп. 1.3 та 1.5, вимагає моделювання невизначеності, що зростає з часом. У моделі PG-CGPR другий латентний процес $f_2(t)$ використовує фізичний пріор, пропорційний швидкості накопичення пошкоджень. Зокрема, для біомеханічної задачі функція середнього $m_2(t)$ задається через похідну $m_1(t)$:

$$m_2(t) = \beta_0 + \beta_1 \ln \left(\frac{dm_1(t)}{dt} + \varepsilon_0 \right), \quad (5.6)$$

де $\beta_0, \beta_1 > 0$ – параметри, що навчаються разом з гіперпараметрами ядер, $\varepsilon_0 \ll 1$ – мала константа для уникнення сингулярності у точках стаціонарності m_1 . Така параметризація автоматично пов'язує періоди інтенсивної прогресії бляшки (dm_1/dt велике) з періодами підвищеної невизначеності прогнозу.

Навчання здійснюється за загальною процедурою PG-CGPR (розділ 4.5) шляхом максимізації ELBO з фізичними штрафами. Специфіка біомеханічного застосування полягає у виборі коефіцієнтів λ_k , що відображають біологічні обмеження: максимальна швидкість росту бляшки r_{max} визначається популяційними даними, а обмеження монотонності враховує можливість уявного зменшення відсотка ураження артерії бляшкою внаслідок компенсаторного ремоделювання.

Прогнозований відсоток ураження B_{t+5} може бути спроектований на геометрію судини для візуалізації майбутнього стенозу та оцінки ризику оклюзії; деталі геометричної реконструкції наведено у п. 5.2.

5.2 Порівняльний аналіз точності розроблених моделей

Для верифікації прогностичної здатності розробленої методології PG-CGPR було проведено серію чисельних експериментів у двох предметних областях: прогнозування прогресії атеросклеротичних бляшок за даними ОКТ та прогнозування накопичення втомного пошкодження в механічних конструкціях. Такий крос-доменний підхід дозволяє оцінити універсальність запропонованої архітектури та її стійкість до зміни фізичного механізму деградації.

Перший набір даних включає вимірювання $N = 57$ пацієнтів у віковому діапазоні від 17 до 92 років. Специфіка медичних даних полягає у їх нерівномірному розподілі: щільність спостережень є вищою у вікових групах з високим ризиком, тоді як дані для молодих пацієнтів та довгожителів є розрідженими. Для емуляції реальних умов клінічного прогнозування, де оцінка ризиків потребує горизонту в декілька десятиліть, було застосовано стратегію усічення частки життєвого циклу (ЧЖЦ). Експеримент включав три сценарії: ЧЖЦ = 0.5 (навчання моделі виключно на даних пацієнтів віком до 47 років, що становить половину теоретичного ресурсу), ЧЖЦ = 0.75 (навчання на даних до 65 років) та повний набір ЧЖЦ = 1.0. Така постановка дозволяє оцінити здатність моделі до узагальнення за межі навчального розподілу [9].

Другий набір даних було отримано шляхом чисельного моделювання процесів накопичення втомного пошкодження за двома законами: лінійним законом Палмгрена-Майнера та нелінійним степеневим законом Качанова-Работнова. Для кожного закону було згенеровано ансамбль реалізацій з контрольованим рівнем гетероскедастичного шуму, що імітує стохастичну природу реального процесу втоми. Аналогічно до клінічного експерименту, було використано стратегію ЧЖЦ = 0.3, ЧЖЦ = 0.5 та ЧЖЦ = 0.75.

В якості метрик якості для обох доменів використовувалися середня абсолютна відсоткова помилка (MAPE) та коефіцієнт детермінації (R^2). Еталонною моделлю для порівняння виступала стандартна ланцюгова регресія гаусівських процесів з нульовим середнім та універсальним ядром радіальної базисної функції (RBF), яка представляє сучасний рівень у задачах ймовірнісної регресії без фізичних обмежень.

Для клінічного набору даних використано процедуру формування псевдо-лонгітюдних навчальних пар з Глагов-толерантною фільтрацією, детально описану у п. 5.1.

Для механічного набору даних відповідна проблема не виникає, оскільки процес накопичення пошкоджень моделюється чисельно з відомим законом та контрольованим рівнем шуму. Це дозволяє ізолювати ефект фізичного апіоріу від ефектів якості даних та встановити теоретичну верхню межу точності методу в ідеалізованих умовах. Порівняння результатів для двох наборів даних дозволяє оцінити, яка частка похибки у клінічному застосуванні зумовлена обмеженнями моделі, а яка – невизначеністю та шумом реальних біомедичних вимірювань.

Еталонна модель CGPR у сценарії ЧЖЦ = 0.5 продемонструвала очікуваний ефект повернення до апіорного середнього (див. детальний аналіз у п. 1.6), що для клінічного набору ($t > 47$ років) та задачі накопичення втомного пошкодження призвело до фізично неприйнятних прогнозів: зупинки росту бляшки або стабілізації рівня пошкоджень замість монотонного зростання.

Натомість запропонована модель PG-CGPR продемонструвала стійкість тренду в обох предметних областях. Інтегрована функція середнього $m_1(t)$, побудована на основі степеневого закону накопичення пошкоджень, забезпечила коректну екстраполяцію нелінійного прискорення деградації навіть у зонах повної відсутності даних. Як було показано у п. 4.5, параметрична функція середнього утримує екстраполяцію у фізично допустимих межах. Якісну ілюстрацію роботи моделі при різних частках життєвого циклу наведено на рис.

5.1: прогнозовані траєкторії $B(t)$ із 95-відсотковими довірчими інтервалами для трьох сценаріїв (ЧЖЦ = 0,5; 0,75; 1,0).

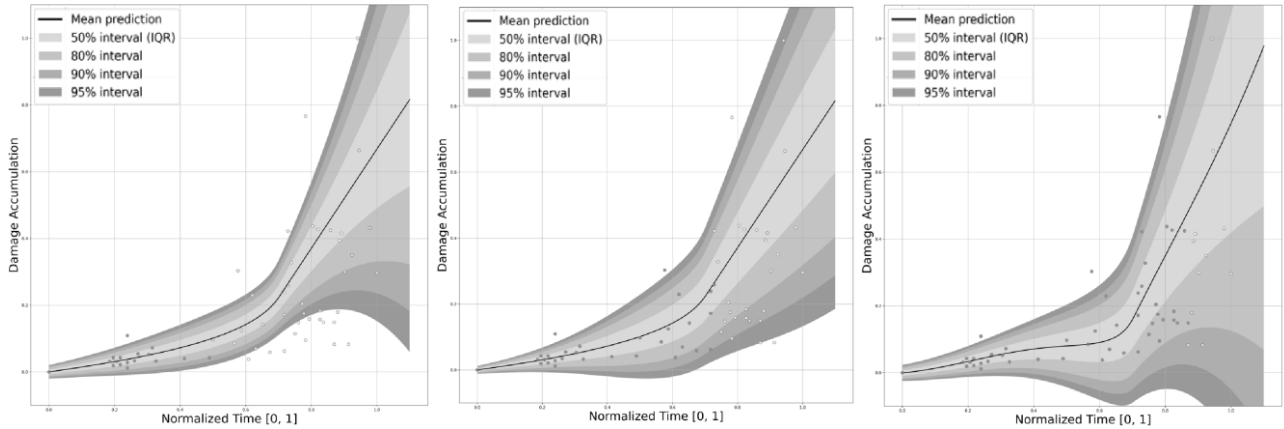


Рисунок 5.1 – Прогноз прогресії атеросклеротичної бляшки моделлю PG-CGPR при різних обсягах навчальних даних: а – ЧЖЦ = 0,5; б – ЧЖЦ = 0,75; в – ЧЖЦ = 1,0 (вісь абсцис – вік пацієнта, роки; вісь ординат – відсоток ураження артерії бляшкою B)

Як показано у п. 1.6, для PG-CGPR у зоні екстраполяції апостеріорне середнє наближується не до нуля, а до фізично обґрунтованої функції $m(t^*)$, що виконує роль асимптотичного обмеження моделі.

У найскладніших сценаріях з обмеженими даними еталонна модель CGPR продемонструвала неприйнятно високі похибки через систематичне заниження прогнозних значень, що фактично означає повну відсутність прогностичної здатності. Натомість PG-CGPR забезпечила значно нижчу похибку, демонструючи, що фізичний пріор здатний компенсувати навіть екстремальний дефіцит даних. Кількісні результати наведено у табл. 5.1-5.3.

Зведений аналіз метрик ефективності моделі PG-CGPR для клінічного набору даних представлено в табл. 5.1. Спостерігається чітка залежність точності від обсягу доступної інформації, проте розрив у якості між PG-CGPR та

еталонною моделлю є найбільш відчутним саме на ранніх етапах ($\text{ЧЖЦ} = 0.5$), де роль фізичного апріорного знання є визначальною.

Таблиця 5.1 – Ефективність моделі PG-CGPR для прогнозування прогресії бляшок

Метрика	ЧЖЦ = 0.5	ЧЖЦ = 0.75	ЧЖЦ = 1
MAPE (навч.)	31.8%	27.1%	24.0%
MAPE (екстрап.)	15.4%	14.1%	-

Як видно з табл. 5.1, помилка на навчальній вибірці (близько 30%) залишається відносно високою, що відображає природну стохастичність біологічних процесів та вплив індивідуальних факторів, які не описуються детермінованим трендом популяційного рівня. Помилка екстраполяції виявилася нижчою за помилку навчання; детальний аналіз цього ефекту наведено далі у зведеному крос-доменному порівнянні.

Результати чисельних експериментів для механічної задачі підтверджують ефективність розробленого підходу в принципово іншому фізичному контексті. У табл. 5.2 наведено порівняльні показники ефективності PG-CGPR та еталонної моделі CGPR для двох законів накопичення пошкоджень при різних частках вичерпання ресурсу.

Таблиця 5.2 – Ефективність екстраполяції для задачі втомного пошкодження

Модель	Закон пошкодж.	ЧЖЦ	MAPE	R^2
CGPR	Лінійний	0.3	90.9%	-9.47
PG-CGPR	Лінійний	0.3	3.8%	0.98
CGPR	Степеневий	0.3	95.3%	-2.19
PG-CGPR	Степеневий	0.3	21.2%	0.77
CGPR	Лінійний	0.5	28.9%	-2.14
PG-CGPR	Лінійний	0.5	9.6%	0.74
CGPR	Степеневий	0.5	67.8%	-2.00
PG-CGPR	Степеневий	0.5	27.3%	0.62
CGPR	Лінійний	0.75	18.4%	-4.55
PG-CGPR	Лінійний	0.75	7.5%	0.18
CGPR	Степеневий	0.75	57.3%	-2.50
PG-CGPR	Степеневий	0.75	8.9%	0.37

Як видно з табл. 5.2, PG-CGPR забезпечує зниження помилки екстраполяції приблизно на 60-67% при ЧЖЦ = 0.5 та на 78-96% при ЧЖЦ = 0.3, що підтверджує визначальну роль фізичних обмежень в умовах високої невизначеності.

Від'ємні значення R^2 для еталонної моделі CGPR вказують на те, що вона працює гірше за тривіальний прогноз горизонтальною лінією середнього значення. Це підкреслює режим відмови повернення до нуля, при якому еталонна модель систематично занижує рівень пошкоджень у зоні екстраполяції. Натомість PG-CGPR демонструє додатні значення R^2 для всіх сценаріїв, досягаючи $R^2 = 0.98$ при ЧЖЦ = 0.3 для лінійного закону, що свідчить про практично повне відтворення детермінованого тренду деградації.

Аналіз залежності точності від обсягу навчальних даних виявляє характерну закономірність: зі збільшенням частки вичерпання ресурсу від ЧЖЦ

= 0.3 до ЧЖЦ = 0.75 помилка PG-CGPR для лінійного закону змінюється з 3.8% до 7.5%, а для степеневого – з 21.2% до 8.9%. На перший погляд, зростання помилки для лінійного закону при збільшенні ЧЖЦ виглядає контрінтуїтивним. Цей ефект пояснюється тим, що при ЧЖЦ = 0.3 модель екстраполює переважно в область, де домінує детермінований тренд, який добре описується лінійною апріорною функцією. З розширенням навчального діапазону до ЧЖЦ = 0.75 зростає частка стохастичних відхилень у навчальних даних, що дещо збільшує середню абсолютну помилку, хоча горизонт екстраполяції при цьому скорочується.

Для нелінійного степеневого закону спостерігається монотонне зниження помилки: з 21.2% при ЧЖЦ = 0.3 до 8.9% при ЧЖЦ = 0.75. Це пояснюється тим, що характерна особливість закону Качанова-Работнова – різке прискорення деградації на пізніх стадіях – може бути адекватно описана лише за наявності спостережень з відповідного діапазону. При ЧЖЦ = 0.3 модель не має безпосередніх даних про режим прискореного руйнування та спирається виключно на параметричний пріор, що обмежує точність апроксимації.

Поряд із точністю середнього прогнозу, аналіз поведінки другого латентного процесу $f_2(t)$ є визначальним для оцінки надійності. На візуалізаціях прогнозів чітко простежується формування характерного трубоподібного профілю невизначеності. Модель PG-CGPR відтворила фізичний ефект накопичення ентропії: ширина довірчого інтервалу демонструє монотонне зростання з часом, досягаючи пікових значень поблизу теоретичного часу відмови T_f .

Така поведінка узгоджується з концепцією наростання невизначеності поблизу точок фазових переходів або біфуркацій, яким є момент розриву бляшки у біомеханічній задачі або момент руйнування матеріалу у задачі втоми. На противагу цьому, стандартні моделі на основі гаусівських процесів зі

стаціонарними ядрами часто демонструють колапс дисперсії в зоні екстраполяції, породжуючи хибне враження високої впевненості у прогнозі там, де знання про систему фактично відсутні.

Механізм колапсу дисперсії аналогічний механізму повернення середнього (п. 1.6): при екстраполяції вектор коваріацій k згасає, і апостеріорна дисперсія повертається до постійного апіорного значення $k(t^*, t^*)$, яке не зростає з часом. Для процесів з монотонно зростаючою невизначеністю, таких як накопичення пошкоджень, така постійна дисперсія не відповідає фізичній реальності.

У клінічному контексті використання апіорної функції $m_2(t) \propto (dD/dt)^\beta$ дозволило автоматично пов'язати періоди інтенсивної деградації тканини з періодами підвищеного ризику, що є необхідною умовою для консервативного прийняття медичних рішень. У механічному контексті введення нестаціонарних ядер (лінійних, поліноміальних) для процесу логарифмічної дисперсії забезпечило коректне відтворення зростання стохастичного шуму у міру вичерпання ресурсу конструкції. Як показано у [9], прогнозована дисперсія точно відтворює теоретичний закон зростання ентропії, фіксуючи накопичення стохастичного шуму процесу. Це є необхідною умовою для реалістичного аналізу надійності, оскільки хибно вузькі довірчі інтервали призводять до небезпечної переоцінки надійності конструкції.

Експериментальна перевірка можливостей адаптації моделі до індивідуальних даних пацієнта продемонструвала високу ефективність процедури точного гаусівського обумовлення (exact Gaussian conditioning). При надходженні навіть однієї нової точки вимірювання (t_b, y_b) апостеріорний розподіл ймовірностей трансформується, зміщуючи всю прогностичну траєкторію так, щоб вона проходила через спостережуване значення з урахуванням оціненого шуму вимірювання.

Тестування на $M = 35$ синтетичних парах показало, що персоналізований тренд забезпечує мінімальне відхилення від контрольних точок. Разом з тим було зафіксовано колапс епістемічної складової коваріації (K_{bb}) під час навчання: зменшення помилки внаслідок персоналізації склало менше 0.1%. Це свідчить про те, що фізично обґрунтована функція середнього m_1 настільки точно описує фундаментальну закономірність патогенезу, що модель практично не потребує корекції з боку непараметричного ядра для опису глобального тренду. Ядру залишається роль моделювання локальних індивідуальних відхилень.

Цей результат має принципове значення для розуміння режиму навчання: у випадку малих вибірок ($N = 57$) сильний фізичний апріор є набагато ціннішим, ніж гнучке коваріаційне ядро. Домінування параметричного середнього над непараметричною складовою узгоджується з ширшою тенденцією у фізично-керованому машинному навчанні, де індуктивне упередження дозволяє зменшити необхідний обсяг навчальних даних.

Результат колапсу епістемічної коваріації має також практичні наслідки для обчислювальної ефективності моделі. Оскільки непараметрична складова вносить мінімальний внесок у глобальний тренд, кількість індукуючих точок для варіаційного наближення може бути зменшена без суттєвої втрати якості. Для задач, де обчислювальний бюджет є обмеженим, це дозволяє масштабувати модель до більших наборів даних без пропорційного зростання обчислювальних витрат. Разом з тим ядрова складова залишається необхідною для адекватного моделювання локальних відхилень та забезпечення каліброваних довірчих інтервалів, тому повне вилучення непараметричної компоненти не є доцільним.

Механізм персоналізації, реалізований через точне гаусівське обумовлення, має перевагу над методами дообучення нейронних мереж завдяки аналітичній замкненості. Апостеріорний розподіл обчислюється за одну матричну операцію без ітеративної оптимізації, що забезпечує миттєве оновлення прогнозу при надходженні нових даних. Ця властивість є особливо

цінною у клінічному контексті, де рішення про лікування має прийматися в режимі реального часу на основі результатів поточного обстеження пацієнта.

Практична значущість отриманих результатів була продемонстрована через розв'язання зворотної задачі реконструкції геометрії судини. Використовуючи прогнозоване значення відсотка ураження артерії бляшкою B_{t+5} (прогноз на 5 років вперед) та припущення про ізотропний характер росту тканин, обґрунтоване в сучасних роботах з біомеханіки артерій, було розраховано очікуване звуження просвіту:

$$r_{lumen,f} = r_{wall} \sqrt{1 - B_f} \quad (5.7)$$

Така трансформація дозволяє перейти від абстрактних ймовірнісних метрик до наочних геометричних моделей, які можуть слугувати вхідними даними для скінченно-елементного аналізу. Приклад проєкції прогнозу PG-CGPR на геометрію коронарної артерії наведено на рис. 5.2: для конкретного пацієнта показано контури просвіту в момент обстеження t та прогнозовані контури на $t + 5$ років для медіанного значення B_{t+5} та для меж 95-відсоткового довірчого інтервалу.

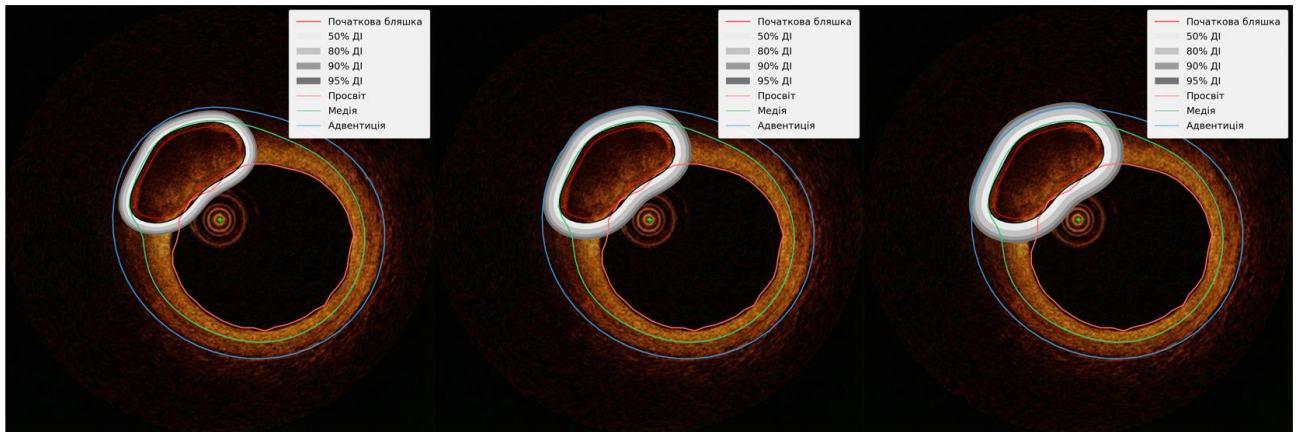


Рисунок 5.2 – Проекція прогнозу PG-CGPR на геометрію коронарної артерії: контур просвіту в момент обстеження (суцільна лінія) та прогнозовані контури на горизонті 5 років для медіани прогнозу (пунктирна лінія) і меж 95-відсоткового довірчого інтервалу (заштрихована область)

Це відкриває шлях до оцінки еволюції механічних напружень у стінці судини, зокрема пікового циркумференціального напруження, яке вважається основним біомеханічним предиктором розриву бляшки.

Оскільки модель PG-CGPR генерує не точкову оцінку, а повний розподіл ймовірностей B_{t+5} , реконструйована геометрія також є ймовірнісною. Для кожного квантиля прогнозованого відсотка ураження артерії бляшкою можна побудувати відповідний контур просвіту судини, що дозволяє оцінити діапазон можливих стенозів з урахуванням невизначеності прогнозу. Такий ймовірнісний підхід до геометричної реконструкції є принципово новим у порівнянні з детермінованими методами, що базуються на усередненні популяційних даних.

Для механічних конструкцій аналогічна логіка застосовується до прогнозування залишкового ресурсу: ймовірнісний прогноз рівня пошкоджень $D(t)$ безпосередньо трансформується в оцінку ймовірності безвідмовної роботи $P(T > t) = P(D(t) < D_{cr})$, де D_{cr} – критичний рівень пошкоджень. Завдяки каліброваним довірчим інтервалам, що забезпечуються архітектурою PG-CGPR,

ці ймовірнісні оцінки є консервативними та придатними для прийняття інженерних рішень щодо планування технічного обслуговування та заміни компонентів.

Для систематичного порівняння ефективності розробленої методології у табл. 5.3 наведено відносне зниження помилки екстраполяції PG-CGPR порівняно з еталонною моделлю CGPR для ключових сценаріїв обох предметних областей.

Таблиця 5.3 – Зведене порівняння відносного зниження MAPE

Область	Задача	ЧЖЦ	CGPR	PG-CGPR	Δ MAPE
Біомех.	Бляшки	0.5	-	15.4%	-
Мех.	Лінійний	0.5	28.9%	9.6%	-67%
Мех.	Степеневий	0.5	67.8%	27.3%	-60%
Мех.	Лінійний	0.3	90.9%	3.8%	-96%
Мех.	Степеневий	0.3	95.3%	21.2%	-78%

Як видно з табл. 5.3, розроблена методологія PG-CGPR забезпечує послідовне та кількісно вагоме покращення точності екстраполяції в обох предметних областях. Відносне зниження MAPE коливається від 60% до 96% залежно від складності закону деградації та обсягу доступних даних. Закономірно, що найбільший ефект спостерігається для найскладніших сценаріїв з мінімальним обсягом навчальних даних (ЧЖЦ = 0.3), де еталонна модель демонструє практично повну нездатність до екстраполяції.

Порівняння результатів для лінійного та степеневого законів пошкодження вказує на залежність ефективності від складності фізичного механізму. Для лінійного закону Палмгрена-Майнера модель досягає помилки менше 10% вже при ЧЖЦ = 0.5, тоді як для нелінійного степеневого закону Качанова-Работнова

аналогічний рівень точності потребує більшого обсягу даних ($\text{ЧЖЦ} = 0.75$). Це пояснюється нелінійністю степеневого закону, детально проаналізованою вище.

Для біомеханічної задачі прогресії бляшок помилка екстраполяції 15.4% при $\text{ЧЖЦ} = 0.5$ є порівнянною з результатами для степеневого закону у механічній задачі. Це узгоджується з нелінійним характером біологічної деградації, що апроксимується аналогічним степеневим законом накопичення пошкоджень.

Окремої уваги заслуговує порівняння поведінки моделі у двох доменах з точки зору співвідношення між помилкою навчання та помилкою екстраполяції. Для клінічного набору даних помилка екстраполяції (15.4%) виявилася нижчою за помилку навчання (31.8%). Цей на перший погляд парадоксальний результат пояснюється домінуванням детермінованого механізму накопичення пошкоджень у пізньому віці, коли ентропія системи зростає передбачуваним чином. У ранньому віці варіабельність вимірювань є вищою через вплив факторів способу життя та компенсаторне ремоделювання (феномен Глагова), яке маскує монотонну прогресію бляшки. Для механічної задачі аналогічний ефект не спостерігався, оскільки синтетичні дані мали контрольований рівень шуму, рівномірно розподілений за часом.

Принциповою перевагою архітектури PG-CGPR є її модульність. Перехід між задачами накопичення втомного пошкодження та прогресії атеросклеротичних бляшок потребував лише заміни параметричної функції середнього $m_1(t)$: для механічної задачі було використано модель Палмгрена-Майнера або Качанова-Работнова, для біомеханічної – степеневий закон накопичення пошкоджень з параметрами T_f (теоретичний час відмови) та c (показник степеня матеріалу). Ядрова структура, алгоритм оптимізації на основі ELBO, штрафні члени для забезпечення монотонності та процедура кількісної оцінки невизначеності залишалися незмінними. Така інваріантність архітектури

до фізичного домену підтверджує загальність запропонованого підходу та його придатність для широкого класу задач прогнозування деградації.

Отримані результати підтверджують, що інтеграція законів механіки пошкоджень у ймовірнісний каркас машинного навчання дозволяє не лише підвищити точність прогнозування на обмежених вибірках, але й забезпечити фізичну інтерпретацію отриманих оцінок ризику. Кількісні результати, наведені у табл. 5.2-5.3, свідчать про те, що методологія PG-CGPR виходить за межі дослідницького інструменту та є практично придатною для інженерної оцінки залишкового ресурсу. Для біомеханічної задачі досягнутий рівень точності при горизонті прогнозування у декілька десятиліть є прийнятним для скринінгових оцінок серцево-судинного ризику, де основним завданням є ідентифікація пацієнтів із високим ризиком для подальшого поглибленого обстеження.

5.3 Висновки до розділу

1. Виконано адаптацію механіки континуального пошкодження до задачі прогнозування прогресії атеросклеротичних бляшок за даними оптично-когерентної томографії. Параметр пошкоженості $D(t)$, що у класичних задачах надійності описує накопичення мікротріщин, перевизначено як відсоток ураження артерії бляшкою, який інтегрально відображає геометричні характеристики ураження артерії. Показано, що кінетика розвитку атеросклерозу за стадіями (інкубація, стабільне зростання, прискорена термінальна деградація) збігається з кінетикою втомного руйнування конструкційних матеріалів.
2. Побудовано прогностичну модель еволюції геометрії бляшок на основі ланцюгових гаусівських процесів з інтегрованими фізичними обмеженнями (методи розділу 4). Модель забезпечує кількісну оцінку часу прогресії до критичних значень відсотка ураження артерії бляшкою з

контрольованою невизначеністю, що дозволяє виділити пацієнтів високого ризику до настання гострих коронарних подій.

3. Виконано порівняльний аналіз точності розроблених моделей на наявних клінічних даних. Зіставлено результати класичної GPR, CGPR та PG-CGPR з інтегрованими обмеженнями. Показано, що інтеграція фізичних обмежень забезпечує суттєве підвищення стабільності прогнозу при екстраполяції за межі навчальних даних, особливо у задачах із дефіцитом лонгітюдних спостережень, характерним для клінічної практики.
4. Кількісно охарактеризовано вплив гетероскедастичності даних на точність прогнозу: ігнорування залежності $\sigma^2(t)$ від часу знижує невизначеність та звужує прогностичні інтервали, що є неприйнятним як в інженерних, так і в клінічних застосуваннях.
5. Підтверджено працездатність розробленого методологічного підходу на двох принципово різних класах об'єктів – механічних (підшипники кочення, несучі конструкції вітрогенератора, лопатка газової турбіни) та біомеханічних (атеросклеротичні бляшки коронарних артерій). Незалежно від природи об'єкта, методологія розділу 2 у поєднанні з методами діагностики розділу 3 та прогнозування розділу 4 забезпечує отримання фізично коректного розподілу залишкового ресурсу з кількісною оцінкою невизначеності.
6. Поєднання діагностики на основі глибокого навчання, ймовірнісного моделювання деградації та фізично обґрунтованих обмежень формує цілісний підхід до прогнозування залишкового ресурсу. Підхід придатний для впровадження у системах підтримки прийняття рішень з технічного обслуговування та клінічного моніторингу.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі вирішено актуальне науково-технічне завдання підвищення точності та фізичної обґрунтованості ймовірнісного прогнозування залишкової надійності механічних і біомеханічних систем за стохастичного навантаження. Розроблено методологічну основу, яка поєднує діагностику поточного стану за вимірювальними даними з фізично узгодженим моделюванням деградації в межах парадигми фізично-інформованого машинного навчання та застосовується у задачах предиктивного технічного обслуговування.

1. Проведено критичний аналіз сучасних методів оцінки надійності, діагностики технічного стану та прогнозування залишкового ресурсу складних систем. Систематизовано аналітичні підходи, методи статистичного моделювання, спектральні методи та підходи на основі марківських процесів і метамоделей. Виявлено обмеження регресійних методів машинного навчання при екстраполяції за межі навчальної вибірки. Обґрунтовано об'єднання діагностики й прогнозування у єдину ймовірнісну обчислювальну схему з інтеграцією фізичних обмежень у прогностичні моделі.
2. Сформульовано математичну постановку задачі ймовірнісного прогнозування залишкової надійності у вигляді інтегрального співвідношення, що поєднує розподіл оцінки поточного стану $p(D_0 | \hat{D}_0)$ з умовним розподілом залишкового ресурсу $p(T_{res} | D_0)$, отриманим розв'язанням рівняння Фоккера-Планка-Колмогорова. Постановка є інваріантною щодо фізичної природи об'єкта та застосовною як до механічних, так і до біомеханічних систем.
3. Розроблено архітектуру згорткової нейронної мережі зі змінними за глибиною коефіцієнтами дилатації, яка узгоджує розмір рецептивного поля

кожного шару з характерними часовими масштабами періодичних дефектів підшипників без збільшення кількості параметрів. На власному наборі даних (112 експериментів, понад 10 млн відліків триосьових віброприскорень) точність моделі склала 83 % з медіаною 83.19 % та інтервалом 64.48-95.10 % за 100 бутстрап-підвибітками. На зовнішньому наборі Cesar №1 медіанна точність склала 55.72% при базовому рівні випадкового вгадування 50 %, що підтверджує наявність генералізаційної здатності.

4. Розроблено алгоритми сегментації діагностичних зображень оптично-когерентної томографії на основі поєднання класичних методів комп'ютерного зору (порогова фільтрація, перетворення Хафа, зіставлення з еталоном) із попередньо навченими нейромережевими моделями (CascadePSP, LaMa, SAM). Алгоритми скоротили час розмітки одного кадру на порядок порівняно з ручним трасуванням контурів та забезпечили отримання морфометричних показників ураження артерії бляшкою для подальшої прогностичної моделі.
5. Розроблено методи прогнозування ресурсу несучих конструкцій. Розрахунок напружено-деформованого стану виконано методом скінченних елементів, оцінювання втомної міцності та довговічності здійснено на основі кривих втоми Велера. Для вертикального вітрогенератора побудовано стохастичну модель аеродинамічних навантажень, отримано розподіл залишкового ресурсу силових елементів та виявлено критичні зони концентрації пошкоджень. Для лопатки газової турбіни побудовано марківську модель зі станами як рівнями накопичення мікротріщин у термодформованому пограничному шарі, що дало змогу сформулювати задачу залишкового ресурсу через час досягнення поглинаючого стану.

6. Удосконалено метод регресії гаусівських процесів на основі ланцюгової побудови шляхом введення фізичних обмежень монотонності накопичення пошкоджуваності, граничної умови $D(0) = 0$, обмеженості $D(t) \in [0, D_{cr}]$ та зростання невизначеності у структуру ймовірнісної моделі з обґрунтуванням вибору ядрових методів для опису коваріаційної структури процесу. Запропонована модель PG-CGPR забезпечила зниження середньої абсолютної відсоткової похибки екстраполяції на 60-96 % порівняно з еталонною ланцюговою регресією: для лінійного закону Палмгрена-Майнера – з 28.9 % до 9.6 % при ЧЖЦ= 0.5 та з 90.9 % до 3.8 % при ЧЖЦ= 0.3; для нелінійного закону Качанова-Работнова – з 67.8 % до 27.3 % та з 95.3 % до 21.2 % відповідно.
7. Виконано експериментальну апробацію розробленої методології на біомеханічному об'єкті – атеросклеротичних бляшках коронарних артерій. Помилка екстраполяції моделі PG-CGPR при ЧЖЦ= 0,5 склала 15.4% з покриттям 95-відсоткового довірчого інтервалу 100%. Підтверджено інваріантність архітектури моделі до фізичного домену: перехід між механічною та біомеханічною задачами потребував лише заміни параметричної функції середнього $m_1(t)$ за незмінних структури ядра, алгоритму оптимізації на основі ELBO та процедури кількісної оцінки невизначеності, що підтверджує загальність запропонованого підходу для широкого класу задач прогнозування деградації.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Babudzhan R., Isaienkov K., Krasii D., Vodka O., Zadorozhny I., Yushchuk M. Collection and processing of bearing vibration data for their technical condition classification by machine learning methods. *Bulletin of the National Technical University «KhPI». Series: Modeling, Control and Information Technologies*. 2021. No. 5. P. 10–15. DOI: <https://doi.org/10.31713/MCIT.2021.02>.
2. Бабуджан Р., Ісаєнков К., Красій Д., Водка О., Задорожний І., Ющук М. Використання методів машинного навчання для бінарної класифікації робочого стану підшипників за сигналами їх віброприскорення. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Системний аналіз, управління та інформаційні технології*. 2021. № 2 (6). С. 15–22. DOI: <https://doi.org/10.20998/2079-0023.2021.02.03>.
3. Бабуджан Р. А., Ісаєнков К. О., Водка О. О., Красій Д. М., Задорожний І., Ющук М. Класифікація робочого стану підшипників кочення за допомогою згорткової нейронної мережі зі змінними факторами дилатації. *Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин*. 2021. № 2. С. 104–109. DOI: <https://doi.org/10.20998/2078-9130.2021.2.249274>.
4. Krasii D., Larin O., Gorovyi I. Analysis of Optical Coherence Tomography Images of Human Arteriosclerotic Vessels Using Computer Vision and Deep Learning Algorithms. *Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering — 2024 / O. Lytvynov, V. Pavlikov, D. Krytskyi (eds.)*. Cham : Springer Nature Switzerland, 2025. P. 107–117. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-94845-9_9.
5. Krasii D., Larin O. Computational modelling of wind turbine lifetime. 2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek). Kharkiv, 13–17 September 2021. IEEE, 2021. P. 374–379. DOI: <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek53812.2021.9570028>.

6. Krasii D., Larin O. Application of Markov Processes Theory for Computational Prediction of Turbine Blade Reliability. Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering — 2022. Cham : Springer Nature Switzerland, 2023. P. 335–345. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-36201-9_29.
7. Krasii D., Larin O. ML-surrogate modeling for the estimation of random system performance parameter progress by the Chained Gaussian Process Regression method. 2023 IEEE 4th KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek). Kharkiv, 2–6 October 2023. IEEE, 2023. P. 1–5. DOI: <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek61412.2023.10312806>.
8. Красій Д. М., Ларін О. О. Фізично-керована регресія на основі гаусівських процесів для моделювання накопичення втомного пошкодження. Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. 2025. № 2. С. 64–72. DOI: <https://doi.org/10.20998/2078-9130.2025.2.345722>.
9. Krasii D. M., Larin O. O. Physics-guided chained Gaussian process regression for atherosclerotic plaque progression prediction. Scientific Bulletin of Uzhhorod University. Series of Mathematics and Informatics. 2026. Vol 48, № 1. P. 153–161. DOI: [https://doi.org/10.24144/2616-7700.2026.48\(1\).153-161](https://doi.org/10.24144/2616-7700.2026.48(1).153-161).
10. Kececioglu D. B. Reliability Engineering Handbook. Englewood Cliffs, NJ : Prentice Hall, 1991. Vol. 1. 688 p.
11. Жовдак В. А., Тарасова Л. Ф. Прогнозування надійності механічних систем : навч. посіб. Харків : НТУ «ХПІ», 2007. 108 с.
12. Жовдак В. А. Прогнозування ресурсу, міцності та надійності елементів машинобудівних конструкцій : навч. посіб. Київ : УМК ВО, 1989. 96 с.
13. Stewart M. G., O'Connor A. Probabilistic risk assessment and service life performance management of load bearing biomedical implants. Reliability Engineering & System Safety. 2012. Vol. 108. P. 49–55. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ress.2012.06.012>.

14. Lin Y. K., Cai G. Q. Probabilistic Structural Dynamics: Advanced Theory and Applications. New York : McGraw-Hill, 1995. 496 p.
15. Ларін О. О., Водка О. О., Потопальська К. Є. Комп'ютерне та математичне моделювання в задачах прогнозування надійності при поступових відмовах : монографія. Харків : Видавництво НТУ «ХПІ», 2020. 232 с.
16. Engineering Design Reliability Applications: For the Aerospace, Automotive and Ship Industries / E. Nikolaidis, D. M. Ghiocel, S. Singhal (eds.). Boca Raton : CRC Press, 2007. 416 p. DOI: <https://doi.org/10.1201/9781420051339>.
17. Hasofer A. M., Lind N. C. Exact and Invariant Second-Moment Code Format. Journal of the Engineering Mechanics Division. 1974. Vol. 100, No. 1. P. 111–121. DOI: <https://doi.org/10.1061/JMCEA3.0001848>.
18. Hu Z., Mansour R., Olsson M., Du X. Second-order reliability methods: a review and comparative study. Structural and Multidisciplinary Optimization. 2021. Vol. 64, No. 6. P. 3233–3263. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00158-021-03013-y>.
19. Pham H. Recent Studies in Software Reliability Engineering. Handbook of Reliability Engineering / H. Pham (ed.). London : Springer-Verlag, 2003. P. 285–302. DOI: https://doi.org/10.1007/1-85233-841-5_16.
20. Dubourg V., Sudret B., Deheeger F. Metamodel-based importance sampling for structural reliability analysis. Probabilistic Engineering Mechanics. 2013. Vol. 33. P. 47–57. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.probengmech.2013.02.002>.
21. Yu W., Huang W., Wen K., Zhang J., Liu H., Wang K., Gong J., Qu C. Subset simulation-based reliability analysis of the corroding natural gas pipeline. Reliability Engineering & System Safety. 2021. Vol. 213. Article 107661. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ress.2021.107661>.
22. Crandall S. H., Mark W. D. Random Vibration in Mechanical Systems. New York ; London : Academic Press, 1963. 166 p.

23. Cramér H., Leadbetter M. R. Stationary and Related Stochastic Processes: Sample Function Properties and Their Applications. New York : John Wiley & Sons, 1967. 348 p.
24. Andrieu-Renaud C., Sudret B., Lemaire M. The PHI2 method: a way to compute time-variant reliability. Reliability Engineering & System Safety. 2004. Vol. 84, No. 1. P. 75–86. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ress.2003.10.005>.
25. Zhang B., Wang W., Wang Y., Li Y., Gong J. A critical review on methods for time-dependent structural reliability. Sustainable and Resilient Infrastructure. 2024. Vol. 9, No. 2. P. 91–106. DOI: <https://doi.org/10.1080/23789689.2023.2206297>.
26. Kirkwood J. R. Markov Processes. 1st ed. Boca Raton : CRC Press, 2015. 340 p.
27. Жовдак В. А., Тарасова Л. Ф. Прогнозування залишкового ресурсу елементів конструкцій із використанням двовимірних марковських процесів. Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка та міцність машин. 2011. № 63. С. 36–45.
28. Gaspar B., Teixeira A. P., Soares C. G. Assessment of the efficiency of Kriging surrogate models for structural reliability analysis. Probabilistic Engineering Mechanics. 2014. Vol. 37. P. 24–34. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.probengmech.2014.03.011>.
29. Yang X., Liu Y., Mi C., Wang X. System reliability analysis through active learning Kriging model with truncated candidate region. Reliability Engineering & System Safety. 2018. Vol. 169. P. 235–241. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ress.2017.08.016>.
30. Osman A. H., Salman A. A., Fawzy K. M. Vibration Signature of Roller Bearing's Faults. European Scientific Journal ESJ. 2019. Vol. 15, No. 12. P. 425–445. DOI: <https://doi.org/10.19044/esj.2019.v15n12p425>.
31. Graney B. P., Starry K. Rolling Element Bearing Analysis. Materials Evaluation. 2012. Vol. 70, No. 1. P. 78–85.

32. Smith W. A., Randall R. B. Rolling element bearing diagnostics using the Case Western Reserve University data: A benchmark study. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2015. Vol. 64–65. P. 100–131. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2015.04.021>.
33. Hendriks J., Dumond P., Knox D. A. Towards better benchmarking using the CWRU bearing fault dataset. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2022. Vol. 169. Article 108732. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2021.108732>.
34. Lei Y., Lin J., He Z., Zuo M. J. A review on empirical mode decomposition in fault diagnosis of rotating machinery. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2013. Vol. 35, No. 1–2. P. 108–126. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2012.09.015>.
35. Sun W., Yang G., Chen Q., Palazoglu A., Feng K. Fault diagnosis of rolling bearing based on wavelet transform and envelope spectrum correlation. *Journal of Vibration and Control*. 2013. Vol. 19, No. 6. P. 924–941. DOI: <https://doi.org/10.1177/1077546311435348>.
36. Han T., Chao Z. Fault diagnosis of rolling bearing with uneven data distribution based on continuous wavelet transform and deep convolution generated adversarial network. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. 2021. Vol. 43. Article 425. DOI: <https://doi.org/10.1007/s40430-021-03152-9>.
37. Soto-Ocampo C. R., Cano-Moreno J. D., Mera J. M., Maroto J. Bearing Severity Fault Evaluation Using Contour Maps — Case Study. *Applied Sciences*. 2021. Vol. 11, No. 14. Article 6452. DOI: <https://doi.org/10.3390/app11146452>.
38. Kumar D., Mehran S., Shaikh M. Z., Hussain M., Chowdhry B. S., Hussain T. Triaxial bearing vibration dataset of induction motor under varying load conditions. *Data in Brief*. 2022. Vol. 42. Article 108315. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.dib.2022.108315>.

39. Cococcioni M., Forte P., Manconi S. A Machine Learning Approach to Fault Diagnosis of Rolling Bearings. 2008 IEEE International Conference on Computational Cybernetics. Stará Lesná, 27–29 November 2008. IEEE, 2008. P. 209–214. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICCCYB.2008.4721407>.
40. Abdelkrim C., Meridjet M. S., Boutasseta N., Boulanouar L. Detection and classification of bearing faults in industrial geared motors using temporal features and adaptive neuro-fuzzy inference system. *Heliyon*. 2019. Vol. 5, No. 8. Article e02046. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2019.e02046>.
41. Roy S. S., Dey S., Chatterjee S. Autocorrelation Aided Random Forest Classifier-Based Bearing Fault Detection Framework. *IEEE Sensors Journal*. 2020. Vol. 20, No. 18. P. 10792–10800. DOI: <https://doi.org/10.1109/JSEN.2020.2995109>.
42. Samanta B., Al-Balushi K. R. Artificial neural network based fault diagnostics of rolling element bearings using time-domain features. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2003. Vol. 17, No. 2. P. 317–328. DOI: <https://doi.org/10.1006/mssp.2001.1462>.
43. Zhang X., Hu N., Hu L., Chen L., Cheng Z. A bearing fault diagnosis method based on the low-dimensional compressed vibration signal. *Advances in Mechanical Engineering*. 2015. Vol. 7, No. 7. P. 1–12. DOI: <https://doi.org/10.1177/1687814015593442>.
44. Magar R., Ghule L., Li J., Zhao Y., Farimani A. B. FaultNet: A Deep Convolutional Neural Network for Bearing Fault Classification. *IEEE Access*. 2021. Vol. 9. P. 25189–25199. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3056944>.
45. Shi X., Cheng Y., Zhang B., Zhang H. Intelligent fault diagnosis of bearings based on feature model and AlexNet neural network. 2020 IEEE International Conference on Prognostics and Health Management (ICPHM). Detroit, MI, 8–10 June 2020. IEEE, 2020. P. 1–6. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICPHM49022.2020.9187051>.
46. Zhong D., Guo W., He D. An Intelligent Fault Diagnosis Method based on STFT and Convolutional Neural Network for Bearings Under Variable Working

Conditions. 2019 Prognostics and System Health Management Conference (PHM-Qingdao). Qingdao, 25–27 October 2019. IEEE, 2019. P. 1–6. DOI: <https://doi.org/10.1109/PHM-Qingdao46334.2019.8943026>.

47. Guo X., Chen L., Shen C. Hierarchical adaptive deep convolution neural network and its application to bearing fault diagnosis. *Measurement*. 2016. Vol. 93. P. 490–502. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2016.07.054>.

48. van den Oord A., Dieleman S., Zen H., Simonyan K., Vinyals O., Graves A., Kalchbrenner N., Senior A., Kavukcuoglu K. WaveNet: A Generative Model for Raw Audio. arXiv:1609.03499 [cs.SD]. 2016. URL: <https://arxiv.org/abs/1609.03499>.

49. Pandhare V., Singh J., Lee J. Convolutional Neural Network Based Rolling-Element Bearing Fault Diagnosis for Naturally Occurring and Progressing Defects Using Time-Frequency Domain Features. 2019 Prognostics and System Health Management Conference (PHM-Paris). Paris, 2–5 May 2019. IEEE, 2019. P. 320–326. DOI: <https://doi.org/10.1109/PHM-Paris.2019.00061>.

50. Wang D., Guo Q., Song Y., Gao S., Li Y. Application of Multiscale Learning Neural Network Based on CNN in Bearing Fault Diagnosis. *Journal of Signal Processing Systems*. 2019. Vol. 91, No. 10. P. 1205–1217. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11265-019-01461-w>.

51. Pan H., He X., Tang S., Meng F. An improved bearing fault diagnosis method using one-dimensional CNN and LSTM. *Strojniški vestnik — Journal of Mechanical Engineering*. 2018. Vol. 64, No. 7–8. P. 443–452. DOI: <https://doi.org/10.5545/sv-jme.2017.5249>.

52. Lu C., Wang Z. Y., Qin W. L., Ma J. Fault diagnosis of rotary machinery components using a stacked denoising autoencoder-based health state identification. *Signal Processing*. 2017. Vol. 130. P. 377–388. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2016.07.028>.

53. Xu F., Tse P. W., Tse Y. L. Roller bearing fault diagnosis using stacked denoising autoencoder in deep learning and Gath–Geva clustering algorithm without

principal component analysis and data label. *Applied Soft Computing*. 2018. Vol. 73. P. 898–913. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2018.09.037>.

54. Nguyen P., Kang M., Kim J.-M., Ahn B.-H., Ha J.-M., Choi B.-K. Robust condition monitoring of rolling element bearings using de-noising and envelope analysis with signal decomposition techniques. *Expert Systems with Applications*. 2015. Vol. 42, No. 22. P. 9024–9032. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2015.07.064>.

55. Nishizaki H., Makino K. Signal Classification Using Deep Learning. 2019 IEEE International Conference on Sensors and Nanotechnology. Penang, 24–25 July 2019. IEEE, 2019. P. 1–4. DOI: <https://doi.org/10.1109/SENSORSNANO44414.2019.8940077>.

56. Zhang S., Zhang S., Wang B., Habetler T. G. Deep Learning Algorithms for Bearing Fault Diagnostics — A Comprehensive Review. *IEEE Access*. 2020. Vol. 8. P. 29857–29881. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2972859>.

57. Fishman G. S. Monte Carlo: Concepts, Algorithms, and Applications. New York : Springer, 1996. 698 p. (Springer Series in Operations Research). [Рецензія: Wasserstein R. L. *Technometrics*. 1997. Vol. 39, No. 3. P. 338. DOI: <https://doi.org/10.2307/1271146>].

58. Zio E. Prognostics and Health Management (PHM): Where are we and where do we (need to) go in theory and practice. *Reliability Engineering & System Safety*. 2022. Vol. 218. Article 108119. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ress.2021.108119>.

59. Tapeh A. T. G., Naser M. Z. Artificial Intelligence, Machine Learning, and Deep Learning in Structural Engineering: A Scientometrics Review of Trends and Best Practices. *Archives of Computational Methods in Engineering*. 2023. Vol. 30, No. 1. P. 115–159. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11831-022-09793-w>.

60. Abiodun O. I., Jantan A., Omolara A. E., Dada K. V., Mohamed N. A., Arshad H. State-of-the-art in artificial neural network applications: A survey. *Heliyon*.

2018. Vol. 4, No. 11. Article e00938. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2018.e00938>.

61. Wang J., Wen G., Yang S., Liu Y. Remaining Useful Life Estimation in Prognostics Using Deep Bidirectional LSTM Neural Network. 2018 Prognostics and System Health Management Conference (PHM-Chongqing). Chongqing, 26–28 October 2018. IEEE, 2018. P. 1037–1042. DOI: <https://doi.org/10.1109/PHM-Chongqing.2018.00184>.

62. Fink O., Zio E., Weidmann U. Predicting component reliability and level of degradation with complex-valued neural networks. *Reliability Engineering & System Safety*. 2014. Vol. 121. P. 198–206. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ress.2013.08.004>.

63. Rasmussen C. E., Williams C. K. I. *Gaussian Processes for Machine Learning*. Cambridge, MA : The MIT Press, 2006. 272 p. (Adaptive Computation and Machine Learning). DOI: <https://doi.org/10.7551/mitpress/3206.001.0001>. University of Edinburgh Research Explorer

64. Wei P., Liu F., Tang C. Reliability and reliability-based importance analysis of structural systems using multiple response Gaussian process model. *Reliability Engineering & System Safety*. 2018. Vol. 175. P. 183–195. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ress.2018.03.013>.

65. Goldberg P. W., Williams C. K. I., Bishop C. M. Regression with Input-Dependent Noise: A Gaussian Process Treatment. *Advances in Neural Information Processing Systems 10 (NIPS 1997)*. Cambridge, MA : MIT Press, 1998. P. 493–499.

66. Kersting K., Plagemann C., Pfaff P., Burgard W. Most likely heteroscedastic Gaussian process regression. *Proceedings of the 24th International Conference on Machine Learning (ICML '07)*. Corvallis, OR, 20–24 June 2007. ACM, 2007. P. 393–400. DOI: <https://doi.org/10.1145/1273496.1273546>.

67. Saul A. D., Hensman J., Vehtari A., Lawrence N. D. Chained Gaussian Processes. *Proceedings of the 19th International Conference on Artificial Intelligence*

and Statistics (AISTATS 2016). Proceedings of Machine Learning Research. 2016. Vol. 51. P. 1431–1440. arXiv:1604.05263. URL: <https://arxiv.org/abs/1604.05263>.

68. Swiler L. P., Gulian M., Frankel A. L., Safta C., Jakeman J. D. A survey of constrained Gaussian process regression: approaches and implementation challenges. *Journal of Machine Learning for Modeling and Computing*. 2020. Vol. 1, No. 2. P. 119–156. DOI: <https://doi.org/10.1615/JMachLearnModelComput.2020035155>.

69. Riihimäki J., Vehtari A. Gaussian processes with monotonicity information. Proceedings of the 13th International Conference on Artificial Intelligence and Statistics (AISTATS 2010) / Y. W. Teh, M. Titterton (eds.). Proceedings of Machine Learning Research. 2010. Vol. 9. P. 645–652. URL: <https://proceedings.mlr.press/v9/riihimaki10a.html>.

70. Agrell C. Gaussian processes with linear operator inequality constraints. *Journal of Machine Learning Research*. 2019. Vol. 20, No. 135. P. 1–36. arXiv:1901.03134. URL: <https://arxiv.org/abs/1901.03134>.

71. Raissi M., Perdikaris P., Karniadakis G. E. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics*. 2019. Vol. 378. P. 686–707. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.10.045>.

72. Karniadakis G. E., Kevrekidis I. G., Lu L., Perdikaris P., Wang S., Yang L. Physics-informed machine learning. *Nature Reviews Physics*. 2021. Vol. 3, No. 6. P. 422–440. DOI: <https://doi.org/10.1038/s42254-021-00314-5>.

73. Kim D., Kim D. Y., Ko T., Lee D., Lee Y.-B. Physics-informed Gaussian process regression model for predicting the fatigue life of welded joints. *International Journal of Fatigue*. 2025. Vol. 190. Article 108644. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2024.108644>.

74. Chang C., Zeng T. A Hybrid Data Driven-Physics Constrained Gaussian Process Regression Framework with Deep Kernel for Uncertainty Quantification. SSRN Electronic Journal. 2022. DOI: <https://doi.org/10.2139/ssrn.4154355>.
75. Zhu Z., Du X. Reliability Analysis With Monte Carlo Simulation and Dependent Kriging Predictions. Journal of Mechanical Design. 2016. Vol. 138, No. 12. Article 121403. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4034219>.
76. Bichon B. J., McFarland J. M., Mahadevan S. Efficient surrogate models for reliability analysis of systems with multiple failure modes. Reliability Engineering & System Safety. 2011. Vol. 96, No. 10. P. 1386–1395. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ress.2011.05.008>.
77. Echard B., Gayton N., Lemaire M. AK-MCS: An active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo Simulation. Structural Safety. 2011. Vol. 33, No. 2. P. 145–154. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.strusafe.2011.01.002>.
78. Echard B., Gayton N., Lemaire M., Relun N. A combined Importance Sampling and Kriging reliability method for small failure probabilities with time-demanding numerical models. Reliability Engineering & System Safety. 2013. Vol. 111. P. 232–240. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ress.2012.10.008>.
79. Huang X., Chen J., Zhu H. Assessing small failure probabilities by AK-SS: An active learning method combining Kriging and Subset Simulation. Structural Safety. 2016. Vol. 59. P. 86–95. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.strusafe.2015.12.003>.
80. Roy A., Chakraborty S. Support vector machine in structural reliability analysis: A review. Reliability Engineering & System Safety. 2023. Vol. 233. Article 109126. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ress.2023.109126>.
81. Saraygord Afshari S., Enayatollahi F., Xu X., Liang X. Machine learning-based methods in structural reliability analysis: A review. Reliability Engineering & System Safety. 2022. Vol. 219. Article 108223. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ress.2021.108223>.

82. Xu Z., Saleh J. H. Machine learning for reliability engineering and safety applications: Review of current status and future opportunities. *Reliability Engineering & System Safety*. 2021. Vol. 211. Article 107530. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ress.2021.107530>.
83. Fink O., Sharma V., Nejjar I., Von Krannichfeldt L., Garmaev S., Zhang Z., Wei A., Frusque G., Forest F., Zhao M., Hsu C.-C., Faghih Niresi K., Sun H., Dong H., Xu C., Theiler R., Bizzi A., Steiner K. et al. From physics to machine learning and back: Part I — Learning with inductive biases in prognostics and health management (PHM). *Reliability Engineering & System Safety*. 2026. Vol. 271. Article 112213. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ress.2026.112213>.
84. Lemaitre J., Desmorat R. *Engineering Damage Mechanics: Ductile, Creep, Fatigue and Brittle Failures*. Berlin ; Heidelberg : Springer-Verlag, 2005. 380 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/b138882>.
85. Miner M. A. Cumulative Damage in Fatigue. *Journal of Applied Mechanics*. 1945. Vol. 12, No. 3. P. A159–A164. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4009458>.
86. Quigley J. P., Lee Y.-L., Wang L. Review and Assessment of Frequency-Based Fatigue Damage Models. *SAE International Journal of Materials and Manufacturing*. 2016. Vol. 9, No. 3. P. 565–577. DOI: <https://doi.org/10.4271/2016-01-0369>.
87. Schijve J. *Fatigue of Structures and Materials*. 2nd ed. Dordrecht : Springer Netherlands, 2009. 622 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-1-4020-6808-9>.
88. Manson S. S., Halford G. R. *Fatigue and Durability of Structural Materials*. Materials Park, OH : ASM International, 2006. 456 p. DOI: <https://doi.org/10.31399/asm.tb.fds.9781627083447>.
89. Zhu S.-P., Huang H.-Z., Liu Y., He L.-P., Liao Q. A Practical Method for Determining the Corten-Dolan Exponent and Its Application to Fatigue Life Prediction.

International Journal of Turbo & Jet Engines. 2012. Vol. 29, No. 2. P. 79–87. DOI: <https://doi.org/10.1515/tjj-2012-0013>.

90. Zhu S.-P., Hao Y.-Z., de Oliveira Correia J. A. F., Lesiuk G., de Jesus A. M. P. Nonlinear fatigue damage accumulation and life prediction of metals: A comparative study. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. 2019. Vol. 42, No. 6. P. 1271–1282. DOI: <https://doi.org/10.1111/ffe.12937>.

91. Aeran A., Siriwardane S. C., Mikkelsen O., Langen I. A new nonlinear fatigue damage model based only on S-N curve parameters. *International Journal of Fatigue*. 2017. Vol. 103. P. 327–341. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2017.06.017>.

92. Chen H., Yang F., Wu Z., Yao C., Han Y. A nonlinear fatigue damage accumulation model under variable amplitude loading considering the loading sequence effect. *International Journal of Fatigue*. 2023. Vol. 177. Article 107945. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2023.107945>.

93. Chaboche J. L., Lesne P. M. A non-linear continuous fatigue damage model. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. 1988. Vol. 11, No. 1. P. 1–17. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1460-2695.1988.tb01216>.

94. Yang S., Hu W., Meng Q., Zhao B. A new continuum damage mechanics–based two-scale model for high-cycle fatigue life prediction considering the two-segment characteristic in S-N curves. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. 2020. Vol. 43, No. 2. P. 387–402. DOI: <https://doi.org/10.1111/ffe.13161>.

95. Жовдак В. А., Міщенко І. В. Прогнозування надійності елементів конструкції з урахуванням технологічних та експлуатаційних факторів : монографія. Харків : ХДПУ, 1999. 120 с.

96. Dirlik T., Benasciutti D. Dirlik and Tovo-Benasciutti Spectral Methods in Vibration Fatigue: A Review with a Historical Perspective. *Metals*. 2021. Vol. 11, No. 9. Article 1333. DOI: <https://doi.org/10.3390/met11091333>.

97. Benasciutti D., Tovo R. Spectral methods for lifetime prediction under wide-band stationary random processes. *International Journal of Fatigue*. 2005. Vol. 27, No. 8. P. 867–877. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2004.10.007>.
98. Deng Q.-Y., Zhu S.-P., He J.-C., Li X.-K., Carpinteri A. Multiaxial fatigue under variable amplitude loadings: review and solutions. *International Journal of Structural Integrity*. 2022. Vol. 13, No. 3. P. 349–393. DOI: <https://doi.org/10.1108/IJSI-03-2022-0025>.
99. Katinić M., Kozak D., Gelo I., Damjanović D. Corrosion fatigue failure of steam turbine moving blades: A case study. *Engineering Failure Analysis*. 2019. Vol. 106. Article 104136. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2019.08.002>.
100. Paris P., Erdogan F. A Critical Analysis of Crack Propagation Laws. *Journal of Basic Engineering*. 1963. Vol. 85, No. 4. P. 528–533. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.3656900>.
101. Larin O., Vodka O. A probability approach to the estimation of the process of accumulation of the high-cycle fatigue damage considering the natural aging of a material. *International Journal of Damage Mechanics*. 2015. Vol. 24, No. 2. P. 294–310. DOI: <https://doi.org/10.1177/1056789514536067>.
102. Humphrey J. D., Rajagopal K. R. A Constrained Mixture Model for Growth and Remodeling of Soft Tissues. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*. 2002. Vol. 12, No. 3. P. 407–430. DOI: <https://doi.org/10.1142/S0218202502001714>.
103. Ambrosi D., Ateshian G. A., Arruda E. M., Cowin S. C., Dumais J., Goriely A., Holzapfel G. A., Humphrey J. D., Kemkemer R., Kuhl E., Olberding J. E., Taber L. A., Garikipati K. Perspectives on biological growth and remodeling. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2011. Vol. 59, No. 4. P. 863–883. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2010.12.011>.
104. Glagov S., Weisenberg E., Zarins C. K., Stankunavicius R., Kolettis G. J. Compensatory Enlargement of Human Atherosclerotic Coronary Arteries. *New*

England Journal of Medicine. 1987. Vol. 316, No. 22. P. 1371–1375. DOI: <https://doi.org/10.1056/NEJM198705283162204>.

105. Lockwood H. A., Agar M. H., Fielding S. M. Power law creep and delayed failure of gels and fibrous materials under stress. *Soft Matter*. 2024. Vol. 20, No. 11. P. 2474–2479. DOI: <https://doi.org/10.1039/D3SM01608K>.

106. Min H.-S., Yoo J. H., Kang S.-J., Lee J.-G., Cho H., Lee P. H., Ahn J.-M., Park D.-W., Lee S.-W., Kim Y.-H., Lee C. W., Park S.-W., Park S.-J. Detection of optical coherence tomography-defined thin-cap fibroatheroma in the coronary artery using deep learning. *EuroIntervention*. 2020. Vol. 16, No. 5. P. 404–412. DOI: <https://doi.org/10.4244/EIJ-D-19-00487>.

107. Suvorov R., Logacheva E., Mashikhin A., Remizova A., Ashukha A., Silvestrov A., Kong N., Goka H., Park K., Lempitsky V. Resolution-Robust Large Mask Inpainting with Fourier Convolutions. 2022 IEEE/CVF Winter Conference on Applications of Computer Vision (WACV). Waikoloa, HI, 3–8 January 2022. IEEE, 2022. P. 3172–3182. DOI: <https://doi.org/10.1109/WACV51458.2022.00323>.

108. Kirillov A., Mintun E., Ravi N., Mao H., Rolland C., Gustafson L., Xiao T., Whitehead S., Berg A. C., Lo W.-Y., Dollar P., Girshick R. Segment Anything. 2023 IEEE/CVF International Conference on Computer Vision (ICCV). Paris, 2–6 October 2023. IEEE, 2023. P. 3992–4003. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICCV51070.2023.00371>.

109. Cheng G. C., Loree H. M., Kamm R. D., Fishbein M. C., Lee R. T. Distribution of circumferential stress in ruptured and stable atherosclerotic lesions. A structural analysis with histopathological correlation. *Circulation*. 1993. Vol. 87, No. 4. P. 1179–1187. DOI: <https://doi.org/10.1161/01.CIR.87.4.1179>.

110. Zheng A., Casari A. Feature Engineering for Machine Learning: Principles and Techniques for Data Scientists. Sebastopol, CA : O'Reilly Media, 2018. 218 p.

111. Huber P. J., Ronchetti E. M. Robust Statistics. 2nd ed. Hoboken, NJ : Wiley, 2009. 380 p. (Wiley Series in Probability and Statistics). DOI: <https://doi.org/10.1002/9780470434697>.

112. Dozza M., Bärghman J., Lee J. D. Chunking: A procedure to improve naturalistic data analysis. Accident Analysis & Prevention. 2013. Vol. 58. P. 309–317. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.aap.2012.03.020>.

113. Randall R. B. Vibration-based Condition Monitoring: Industrial, Aerospace and Automotive Applications. Chichester : Wiley, 2011. 308 p. DOI: <https://doi.org/10.1002/9780470977668>.

114. Shannon C. E. A Mathematical Theory of Communication. The Bell System Technical Journal. 1948. Vol. 27, No. 3. P. 379–423. DOI: <https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1948.tb01338.x>.

115. Richman J. S., Moorman J. R. Physiological time-series analysis using approximate entropy and sample entropy. American Journal of Physiology — Heart and Circulatory Physiology. 2000. Vol. 278, No. 6. P. H2039–H2049. DOI: <https://doi.org/10.1152/ajpheart.2000.278.6.H2039>.

116. Bandt C., Pompe B. Permutation entropy: a natural complexity measure for time series. Physical Review Letters. 2002. Vol. 88, No. 17. Article 174102. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.88.174102>.

117. Hjorth B. EEG analysis based on time domain properties. Electroencephalography and Clinical Neurophysiology. 1970. Vol. 29, No. 3. P. 306–310. DOI: [https://doi.org/10.1016/0013-4694\(70\)90143-4](https://doi.org/10.1016/0013-4694(70)90143-4).

118. Hurst H. E. Long-Term Storage Capacity of Reservoirs. Transactions of the American Society of Civil Engineers. 1951. Vol. 116, No. 1. P. 770–799. DOI: <https://doi.org/10.1061/TACEAT.0006518>.

119. De la Torre F. C., González-Trejo J. I., Real-Ramírez C. A., Hoyos-Reyes L. F. Fractal dimension algorithms and their application to time series associated with

natural phenomena. *Journal of Physics: Conference Series*. 2013. Vol. 475. Article 012002. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/475/1/012002>.

120. Good I. J. Introduction to Cooley and Tukey (1965) An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series. *Breakthroughs in Statistics*. Vol. III. New York : Springer, 1997. P. 201–216. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4612-0667-5_9.

121. Hamaguchi R., Fujita A., Nemoto K., Imaizumi T., Hikosaka S. Effective Use of Dilated Convolutions for Segmenting Small Object Instances in Remote Sensing Imagery. 2018 IEEE Winter Conference on Applications of Computer Vision (WACV). Lake Tahoe, NV/CA, 12–15 March 2018. IEEE, 2018. P. 1442–1450. DOI: <https://doi.org/10.1109/WACV.2018.00162>.

122. Cheng H. K., Chung J., Tai Y.-W., Tang C.-K. CascadePSP: Toward Class-Agnostic and Very High-Resolution Segmentation via Global and Local Refinement. 2020 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Seattle, WA, 13–19 June 2020. IEEE, 2020. P. 8887–8896. DOI: <https://doi.org/10.1109/CVPR42600.2020.00891>.

123. Bradski G. The OpenCV Library. *Dr. Dobb's Journal of Software Tools*. 2000. Vol. 25, No. 11. P. 120–125.

124. Chou J.-S., Tu W.-T. Failure analysis and risk management of a collapsed large wind turbine tower. *Engineering Failure Analysis*. 2011. Vol. 18, No. 1. P. 295–313. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2010.09.008>.

125. Avdieieva O., Usatyi O., Vodka O. Development of the Typical Design of the High-Pressure Stage of a Steam Turbine. *Advances in Design, Simulation and Manufacturing III*. Cham : Springer International Publishing, 2020. P. 271–281. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-50491-5_26.

126. Kim J., Yoon J.-C., Kang B.-S. Finite element analysis and modeling of structure with bolted joints. *Applied Mathematical Modelling*. 2007. Vol. 31, No. 5. P. 895–911. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2006.03.020>.

127. Ezech O. H., Susmel L. On the fatigue strength of 3D-printed polylactide (PLA). *Procedia Structural Integrity*. 2018. Vol. 9. P. 29–36. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2018.06.007>.
128. Peng Y., Chen J., Dong J. Experimental data assessment and fatigue design recommendation for stainless-steel welded joints. *Metals*. 2019. Vol. 9, No. 7. Article 723. DOI: <https://doi.org/10.3390/met9070723>.
129. Holmes J. D. *Wind Loading of Structures*. London ; New York : Spon Press, 2001. 356 p.
130. Bęc J. Influence of wind spectrum formula choice on footbridge response. *Proceedings of the 5th International Symposium on Computational Wind Engineering (CWE2010)*. Chapel Hill, NC, USA, 23–27 May 2010. Chapel Hill, NC, 2010. 8 p.
131. Burton T., Jenkins N., Sharpe D., Bossanyi E. *Wind Energy Handbook*. 3rd ed. Chichester : Wiley, 2021. 1024 p.
132. He X., Qu M., Shi X. Damping Properties of Ethylene-Vinyl Acetate Rubber / Polylactic Acid Blends. *Journal of Materials Science and Chemical Engineering*. 2016. Vol. 4, No. 3. P. 15–22. DOI: <https://doi.org/10.4236/msce.2016.43003>.
133. Harris C. R., Millman K. J., van der Walt S. J., Gommers R., Virtanen P., Cournapeau D. et al. Array programming with NumPy. *Nature*. 2020. Vol. 585, No. 7825. P. 357–362. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2>.
134. Virtanen P., Gommers R., Oliphant T. E., Haberland M., Reddy T., Cournapeau D. et al. SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python. *Nature Methods*. 2020. Vol. 17, No. 3. P. 261–272. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41592-019-0686-2>.
135. Matokhnyuk L. E., Byalonovych A. V., Kotlyarenko A. A., Gopkalo O. E. Influence of Loading Frequency on Fatigue Resistance of D16T Alloy. *Strength of Materials*. 2022. Vol. 54, No. 1. P. 407–414. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11223-022-00416-0>.

136. Hensman J., Fusi N., Lawrence N. D. Gaussian Processes for Big Data. Proceedings of the Twenty-Ninth Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence (UAI 2013). Bellevue, WA, 11–15 July 2013. AUAI Press, 2013. P. 282–290. arXiv:1309.6835. URL: <https://arxiv.org/abs/1309.6835>.
137. TensorFlow Developers. TensorFlow [електронний ресурс] : бібліотека з відкритим кодом для машинного навчання. Zenodo, 2023. Концептуальний DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.4724125>.
138. Matthews A. G. de G., van der Wilk M., Nickson T., Fujii K., Boukouvalas A., León-Villagrà P., Ghahramani Z., Hensman J. GPflow: A Gaussian process library using TensorFlow. Journal of Machine Learning Research. 2017. Vol. 18, No. 40. P. 1–6. arXiv:1610.08733. URL: <http://jmlr.org/papers/v18/16-537.html>.

ДОДАТОК А

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковано основні наукові результати:

1. Бабуджан Р., Ісаєнков К., Красій Д., Водка О., Задорожний І., Ющук М. Використання методів машинного навчання для бінарної класифікації робочого стану підшипників за сигналами їх віброприскорення. Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Системний аналіз, управління та інформаційні технології. 2021. № 2 (6). С. 15–22. DOI: <https://doi.org/10.20998/2079-0023.2021.02.03>. (Б).
2. Бабуджан Р. А., Ісаєнков К. О., Водка О. О., Красій Д. М., Задорожний І., Ющук М. Класифікація робочого стану підшипників кочення за допомогою згорткової нейронної мережі зі змінними факторами дилатації. Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. 2021. № 2. С. 104–109. DOI: <https://doi.org/10.20998/2078-9130.2021.2.249274>. (Б).
3. Красій Д. М., Ларін О. О. Фізично-керована регресія на основі гаусівських процесів для моделювання накопичення втомного пошкодження. Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. 2025. № 2. С. 64–72. DOI: <https://doi.org/10.20998/2078-9130.2025.2.345722>. (Б).
4. Krasii D. M., Larin O. O. Physics-guided chained Gaussian process regression for atherosclerotic plaque progression prediction. Scientific Bulletin of Uzhhorod University. Series of Mathematics and Informatics. 2026. Vol 48, № 1. P. 153–161. DOI: [https://doi.org/10.24144/2616-7700.2026.48\(1\).153-161](https://doi.org/10.24144/2616-7700.2026.48(1).153-161). (Б).

Опубліковані праці апробаційного характеру:

5. Krasii D., Larin O. Computational modelling of wind turbine lifetime. 2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek). Kharkiv, 13–17 September 2021. IEEE, 2021. P. 374–379. DOI: <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek53812.2021.9570028>. (Scopus, Q4).
6. Krasii D., Larin O. Application of Markov Processes Theory for Computational Prediction of Turbine Blade Reliability. Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering — 2022. Cham : Springer Nature Switzerland, 2023. P. 335–345. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-36201-9_29. (Scopus, Q4).
7. Krasii D., Larin O. ML-surrogate modeling for the estimation of random system performance parameter progress by the Chained Gaussian Process Regression method. 2023 IEEE 4th KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek). Kharkiv, 2–6 October 2023. IEEE, 2023. P. 1–5. DOI: <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek61412.2023.10312806>. (Scopus, Q4).
8. Krasii D., Larin O., Gorovyi I. Analysis of Optical Coherence Tomography Images of Human Arteriosclerotic Vessels Using Computer Vision and Deep Learning Algorithms. Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering — 2024 / O. Lytvynov, V. Pavlikov, D. Krytskyi (eds.). Cham : Springer Nature Switzerland, 2025. P. 107–117. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-94845-9_9. (Scopus, Q4).
9. Babudzhan R., Isaienkov K., Krasii D., Vodka O., Zadorozhny I., Yushchuk M. Collection and processing of bearing vibration data for their technical condition classification by machine learning methods. Bulletin of the National Technical University «KhPI». Series: Modeling, Control and Information Technologies. 2021. No. 5. P. 10–15. DOI: <https://doi.org/10.31713/MCIT.2021.02>.

ДОДАТОК Б
ДОВІДКИ ПРО ЗАСТОСУВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАУКОВИХ
ДОСЛІДЖЕНЬ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ



«ЗАТВЕРДЖУЮ»
 Проректор НТУ «ХПІ»
 Андрій МАРЧЕНКО
 «16» 03 2026 р.

Акт

про застосування результатів дисертаційної роботи

Красія Данила Максимовича

при виконанні держбюджетної науково-дослідної теми

в Національному технічному університеті «Харківський політехнічний інститут»

Результати дисертаційної роботи аспіранта кафедри математичного моделювання та інтелектуальних обчислень в інженерії Красія Д. М. у вигляді розробленого методу фізично-керованої ланцюгової гаусівської регресії із вбудованими фізичними обмеженнями монотонності накопичення пошкоджень та граничних умов прогнозу, а також відповідного програмного модуля для побудови сурогатних регресійних моделей апроксимації параметрів стану конструктивних елементів за неоднорідно розподіленими даними спостережень, були використані в Національному технічному університеті «Харківський політехнічний інститут» при виконанні держбюджетної науково-дослідної теми МОН України М2138 «Алгоритми, моделі та засоби штучного інтелекту для дворівневого моделювання поведінки складних матеріалів для техніки подвійного призначення» (ДР 0124U000450), 2024-2026 рр.

Науковий керівник теми,
 канд. техн. наук, доцент

Олексій ВОДКА



«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Проректор НТУ «ХПІ»

Андрій МАРЧЕНКО

«16» 11 2022 р.

м. Харків

Акт

про впровадження результатів дисертаційної роботи

Красія Данила Максимовича

Цей акт складено на підтвердження того, що при виконанні науково-дослідної роботи за договором БФ-2101 від 13.09.2021 «Створення експериментальної установки та діагностичного обладнання для експериментального визначення технічного стану підшипників з використанням методів обчислювального інтелекту», 09.2021-11.2021 рр., знайшли практичне застосування результати дисертаційної роботи **Красія Д. М.**, аспіранта кафедри математичного моделювання та інтелектуальних обчислень в інженерії. Використані напрацювання являють собою архітектуру згорткової нейронної мережі зі змінними коефіцієнтами дилатації для класифікації технічного стану підшипників кочення за необробленими вібраційними сигналами, а також методику уніфікованої обробки сигналів, що забезпечує перенесення моделі між експериментальними установками різних типорозмірів підшипників.

Науковий керівник НДР,

доктор техн. наук, професор

Геннадій ЛЬВОВ